

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
BÀI TOÁN CHỌN LỌC TRONG ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho $x \in \mathbb{N} : 3x + 1$ và $2x + 1$ là số chính phương. CMR: $x : 40$

Câu 2. $B = 2^{2^n} + 3 \in \mathbb{P}$. Tìm $n \in \mathbb{N}$.

Câu 3. $a, b, n \in \mathbb{Z}^+ : a < n$ và $\frac{an^2 + 1}{bn + 1} \in \mathbb{Z}$. CMR: $b = an$.

Câu 4. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}^+ : x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$.

Câu 5. $a, b, c, d \in \mathbb{Z} : a > b > c > d$ và $(a^3 + c^3)(b - d) = (b^3 - d^3)(a + c)$. CMR: $ab + cd \notin \mathbb{P}$.

Câu 6. $a, b : \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{3}{ab} = 1$. Tính $T = (a - 1)^{2023} (b - 1)^{2023}$

Câu 7. $a, b, c \in \mathbb{R}^+ : ab + bc + ca = 3$

Tìm Min: $A = \frac{a}{2b^3 + 1} + \frac{b}{2c^3 + 1} + \frac{c}{2a^3 + 1}$.

Câu 8. $a, b : a + b = 2ab$

Tìm Max $B = \frac{a}{1 + 2a^2} + \frac{b}{1 + 2b^2}$

Câu 9. Tìm $x, y \in \mathbb{Z} : x^2 y^2 = 4x^2 y - y^3 - 4x^2 + 3y^2 - 1$

Câu 10. $a + b = 1$ và $ab \neq 0$. CMR: $\frac{a}{b^3 - 1} + \frac{1}{a^3 - 1} = \frac{2(ab - 2)}{a^2 b^2 + 3}$.

Câu 11. $n \geq 2$ và $p \in \mathbb{P} : \begin{cases} p - 1 : n \\ n^3 - 1 : p \end{cases}$

CMR: $n + p$ là số chính phương.

Câu 12. $f(x)$ chia $x - 2$ dư 11, chia $x + 2$ dư -1 , chia $x^2 - 4$ thương $3x$ còn dư. Tính $f_{(2023)} + f_{(-2023)}$

Câu 13. Tìm $x, y \in \mathbb{Z} : x(x^2 + 2x + 4) = y^3 - 3$.

Câu 14. Giải phương trình $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^2 + 6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 + \frac{63-7x^2}{x^2-4} = 0$.

Câu 15. Tìm $n \in \mathbb{N} : B = n^6 - n^4 - 2n^3 + 2n^2$ là số chính phương.

Câu 16. Nếu $2n = a^2 + bc$. CMR: $n = c^2 + d^2$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$)

Câu 17. Cho $a, b, c \geq 0 : a + b + c \geq 3$.

Tìm Max $Q = \frac{1}{a^2 + b + c} + \frac{1}{b^2 + c + a} + \frac{1}{c^2 + a + b}$

Câu 18. Giải phương trình $9 \cdot \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 - 10 \cdot \left(\frac{x^2-4}{x^2-1}\right) = 0$.

Câu 19. $a + b \geq 1$ và $a > 0$. Tìm Min : $T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2$.

Câu 20. Cho $a, b, c > 0$. CMR: $\frac{2ab}{a+b} + \frac{2bc}{b+c} + \frac{2ca}{c+a} \leq a + b + c$

Câu 21. $x, y, z > 0$: $\frac{1}{\left(1 + \frac{y}{x}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{y}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{z}{x}}$. CMR: $x = y = z$.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**Chủ đề: TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG****Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật****Họ và tên:** **Ngày học:**

Câu 1. Cho tam giác ABC. D, E, F là trung điểm BC, CA, AB. Trên BC lấy điểm M, N sao cho $BM = MN = NC$. Gọi $AM \cap BE = P, AN \cap CF = Q$. Chứng minh $\Delta DQP \sim \Delta ABC$.

Câu 2. Cho tứ giác ABCD có các đường chéo cắt nhau tại O và không vuông góc với nhau. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của tam giác AOB và COD. Gọi G và I lần lượt là trọng tâm của các tam giác BOC và AOD.

a) Gọi E là trọng tâm của tam giác AOB và F là giao điểm của AH và DK. Chứng minh các tam giác IEG và HFK đồng dạng với nhau.

b) Chứng minh IG vuông góc với HK.

Câu 3. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. E, M là trung điểm AH, AC.

a) Chứng minh: $\angle ABE \sim \angle CBM$.

b) BE cắt AC tại N. Chứng minh: $\frac{NA}{NC} = \frac{BA^2}{CA^2}$.

c) S thuộc BC sao cho $\angle BNS = 90^\circ$. Chứng minh: $\angle BMS = 90^\circ$.

Câu 4. Cho tam giác ABC, đường cao AD, BE, CF, trực tâm H. Gọi M, N là trung điểm BC, AH. Qua N kẻ vuông góc với AM, cắt CF tại K. Chứng minh: $AK \perp AC$.

Câu 5. Cho tam giác ABC có H là trực tâm. Điểm P, Q thuộc AB, AC sao cho: $\angle BHP = \angle CHQ = 90^\circ$. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh: $HM \perp PQ$.

Câu 6. Cho tam giác ABC, các đường cao AD, BE, CF, trực tâm H. Gọi M là trung điểm BC. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với HM, cắt AC tại P. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AM, cắt BH tại Q. Gọi PQ cắt AD tại I. Chứng minh: $\angle MIP = 90^\circ$

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$). Vẽ đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia đối của tia BC lấy điểm K sao cho $KH = HA$. Qua K kẻ đường thẳng song song với AH, cắt đường thẳng AC tại P.

a) Chứng minh: Tam giác AKC đồng dạng với tam giác BPC.

b) Gọi Q là trung điểm của BP. Chứng minh: tam giác BHQ đồng dạng với tam giác BPC.

c) Tia AQ cắt BC tại I. Chứng minh: $\frac{AH}{HB} - \frac{BC}{IB} = 1$

Câu 8. Cho hình vuông ABCD điểm M thuộc cạnh BC, N thuộc cạnh DC (M, N không trùng với các đỉnh của hình vuông). Biết góc $MAN = 45^\circ$. AM, AN cắt BD lần lượt ở Q và P.

a, CM : tam giác ABQ đồng dạng tam giác PQM

b, CM: PM vuông góc AN

c, Kẻ AH vuông góc với MN. CM: AH có giá trị không đổi

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại A. Điểm D nằm trong góc BAC, điểm E thuộc nửa mặt phẳng bờ

AC không chứa B sao cho: $\angle ABD = \angle ACE = 90^\circ$. Gọi DE cắt BC tại I. Chứng minh: $\frac{ID}{IE} = \frac{BD}{CE}$.

Câu 10. Cho hình vuông ABCD tâm O. H thuộc tia đối của tia CD. AH cắt BC tại I. M là trung điểm BI. Tính góc MOH.

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi M thuộc HC sao cho $MC = 2MH$. Qua H kẻ vuông góc với AM, cắt AB tại N. Gọi K đối xứng với H qua N. Chứng minh: BC đi qua trung điểm AK.

Câu 12. Cho hai tam giác ABC và A'B'C' đồng dạng với nhau ($\hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ$).

Đặt $AB = c; AC = b; BC = a; A'B' = c'; A'C' = b'; B'C' = a'$ và h, h' lần lượt là độ dài các đường cao thuộc cạnh huyền a và a' . Chứng minh:

a) $aa' = bb' + cc'$; b) $\frac{1}{hh'} = \frac{1}{bb'} + \frac{1}{cc'}$.

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
BÀI TOÁN CHỌN LỌC TRONG ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho $x \in \mathbb{N} : 3x + 1$ và $2x + 1$ là số chính phương. CMR: $x : 40$

Câu 2. $B = 2^{2^n} + 3 \in \mathbb{P}$. Tìm $n \in \mathbb{N}$.

Câu 3. $a, b, n \in \mathbb{Z}^+ : a < n$ và $\frac{an^2 + 1}{bn + 1} \in \mathbb{Z}$. CMR: $b = an$.

Câu 4. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}^+ : x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$.

Câu 5. $a, b, c, d \in \mathbb{Z} : a > b > c > d$ và $(a^3 + c^3)(b - d) = (b^3 - d^3)(a + c)$. CMR: $ab + cd \notin \mathbb{P}$.

Câu 6. $a, b : \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{3}{ab} = 1$. Tính $T = (a - 1)^{2023} (b - 1)^{2023}$

Câu 7. $a, b, c \in \mathbb{R}^+ : ab + bc + ca = 3$

Tìm Min: $A = \frac{a}{2b^3 + 1} + \frac{b}{2c^3 + 1} + \frac{c}{2a^3 + 1}$.

Câu 8. $a, b : a + b = 2ab$

Tìm Max $B = \frac{a}{1 + 2a^2} + \frac{b}{1 + 2b^2}$

Câu 9. Tìm $x, y \in \mathbb{Z} : x^2 y^2 = 4x^2 y - y^3 - 4x^2 + 3y^2 - 1$

Câu 10. $a + b = 1$ và $ab \neq 0$. CMR: $\frac{a}{b^3 - 1} + \frac{1}{a^3 - 1} = \frac{2(ab - 2)}{a^2 b^2 + 3}$.

Câu 11. $n \geq 2$ và $p \in \mathbb{P} : \begin{cases} p - 1 : n \\ n^3 - 1 : p \end{cases}$

CMR: $n + p$ là số chính phương.

Câu 12. $f(x)$ chia $x - 2$ dư 11, chia $x + 2$ dư -1 , chia $x^2 - 4$ thương $3x$ còn dư. Tính $f_{(2023)} + f_{(-2023)}$

Câu 13. Tìm $x, y \in \mathbb{Z} : x(x^2 + 2x + 4) = y^3 - 3$.

Câu 14. Giải phương trình $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^2 + 6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 + \frac{63-7x^2}{x^2-4} = 0$.

Câu 15. Tìm $n \in \mathbb{N} : B = n^6 - n^4 - 2n^3 + 2n^2$ là số chính phương.

Câu 16. Nếu $2n = a^2 + bc$. CMR: $n = c^2 + d^2$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$)

Câu 17. Cho $a, b, c \geq 0 : a + b + c \geq 3$.

Tìm Max $Q = \frac{1}{a^2 + b + c} + \frac{1}{b^2 + c + a} + \frac{1}{c^2 + a + b}$

Câu 18. Giải phương trình $9 \cdot \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 - 10 \cdot \left(\frac{x^2-4}{x^2-1}\right) = 0$.

Câu 19. $a + b \geq 1$ và $a > 0$. Tìm Min : $T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2$.

Câu 20. Cho $a, b, c > 0$. CMR: $\frac{2ab}{a+b} + \frac{2bc}{b+c} + \frac{2ca}{c+a} \leq a + b + c$

Câu 21. $x, y, z > 0$: $\frac{1}{\left(1 + \frac{y}{x}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{y}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{z}{x}}$. CMR: $x = y = z$.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**Chủ đề: TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG****Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật****Họ và tên:** **Ngày học:**

Câu 1. Cho tam giác ABC. D, E, F là trung điểm BC, CA, AB. Trên BC lấy điểm M, N sao cho $BM = MN = NC$. Gọi $AM \cap BE = P, AN \cap CF = Q$. Chứng minh $\triangle DQP \sim \triangle ABC$.

Câu 2. Cho tứ giác ABCD có các đường chéo cắt nhau tại O và không vuông góc với nhau. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của tam giác AOB và COD. Gọi G và I lần lượt là trọng tâm của các tam giác BOC và AOD.

a) Gọi E là trọng tâm của tam giác AOB và F là giao điểm của AH và DK. Chứng minh các tam giác IEG và HFK đồng dạng với nhau.

b) Chứng minh IG vuông góc với HK.

Câu 3. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. E, M là trung điểm AH, AC.

a) Chứng minh: $\angle ABE \sim \angle CBM$.

b) BE cắt AC tại N. Chứng minh: $\frac{NA}{NC} = \frac{BA^2}{CA^2}$.

c) S thuộc BC sao cho $\angle BNS = 90^\circ$. Chứng minh: $\angle BMS = 90^\circ$.

Câu 4. Cho tam giác ABC, đường cao AD, BE, CF, trực tâm H. Gọi M, N là trung điểm BC, AH. Qua N kẻ vuông góc với AM, cắt CF tại K. Chứng minh: $AK \perp AC$.

Câu 5. Cho tam giác ABC có H là trực tâm. Điểm P, Q thuộc AB, AC sao cho: $\angle BHP = \angle CHQ = 90^\circ$. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh: $HM \perp PQ$.

Câu 6. Cho tam giác ABC, các đường cao AD, BE, CF, trực tâm H. Gọi M là trung điểm BC. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với HM, cắt AC tại P. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AM, cắt BH tại Q. Gọi PQ cắt AD tại I. Chứng minh: $\angle MIP = 90^\circ$

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$). Vẽ đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia đối của tia BC lấy điểm K sao cho $KH = HA$. Qua K kẻ đường thẳng song song với AH, cắt đường thẳng AC tại P.

a) Chứng minh: Tam giác AKC đồng dạng với tam giác BPC.

b) Gọi Q là trung điểm của BP. Chứng minh: tam giác BHQ đồng dạng với tam giác BPC.

c) Tia AQ cắt BC tại I. Chứng minh: $\frac{AH}{HB} - \frac{BC}{IB} = 1$

Câu 8. Cho hình vuông ABCD điểm M thuộc cạnh BC, N thuộc cạnh DC (M, N không trùng với các đỉnh của hình vuông). Biết góc $MAN = 45^\circ$. AM, AN cắt BD lần lượt ở Q và P.

a, CM : tam giác ABQ đồng dạng tam giác PQM

b, CM: PM vuông góc AN

c, Kẻ AH vuông góc với MN. CM: AH có giá trị không đổi

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại A. Điểm D nằm trong góc BAC, điểm E thuộc nửa mặt phẳng bờ

AC không chứa B sao cho: $\angle ABD = \angle ACE = 90^\circ$. Gọi DE cắt BC tại I. Chứng minh: $\frac{ID}{IE} = \frac{BD}{CE}$.

Câu 10. Cho hình vuông ABCD tâm O. H thuộc tia đối của tia CD. AH cắt BC tại I. M là trung điểm BI. Tính góc MOH.

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi M thuộc HC sao cho $MC = 2MH$. Qua H kẻ vuông góc với AM, cắt AB tại N. Gọi K đối xứng với H qua N. Chứng minh: BC đi qua trung điểm AK.

Câu 12. Cho hai tam giác ABC và A'B'C' đồng dạng với nhau ($\hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ$).

Đặt $AB = c; AC = b; BC = a; A'B' = c'; A'C' = b'; B'C' = a'$ và h, h' lần lượt là độ dài các đường cao thuộc cạnh huyền a và a' . Chứng minh:

a) $aa' = bb' + cc'$; b) $\frac{1}{hh'} = \frac{1}{bb'} + \frac{1}{cc'}$.

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
BÀI TOÁN CHỌN LỌC TRONG ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho $x \in \mathbb{N} : 3x + 1$ và $2x + 1$ là số chính phương. CMR: $x : 40$

Câu 2. $B = 2^{2^n} + 3 \in \mathbb{P}$. Tìm $n \in \mathbb{N}$.

Câu 3. $a, b, n \in \mathbb{Z}^+ : a < n$ và $\frac{an^2 + 1}{bn + 1} \in \mathbb{Z}$. CMR: $b = an$.

Câu 4. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}^+ : x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$.

Câu 5. $a, b, c, d \in \mathbb{Z} : a > b > c > d$ và $(a^3 + c^3)(b - d) = (b^3 - d^3)(a + c)$. CMR: $ab + cd \notin \mathbb{P}$.

Câu 6. $a, b : \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{3}{ab} = 1$. Tính $T = (a - 1)^{2023} (b - 1)^{2023}$

Câu 7. $a, b, c \in \mathbb{R}^+ : ab + bc + ca = 3$

Tìm Min: $A = \frac{a}{2b^3 + 1} + \frac{b}{2c^3 + 1} + \frac{c}{2a^3 + 1}$.

Câu 8. $a, b : a + b = 2ab$

Tìm Max $B = \frac{a}{1 + 2a^2} + \frac{b}{1 + 2b^2}$

Câu 9. Tìm $x, y \in \mathbb{Z} : x^2 y^2 = 4x^2 y - y^3 - 4x^2 + 3y^2 - 1$

Câu 10. $a + b = 1$ và $ab \neq 0$. CMR: $\frac{a}{b^3 - 1} + \frac{1}{a^3 - 1} = \frac{2(ab - 2)}{a^2 b^2 + 3}$.

Câu 11. $n \geq 2$ và $p \in \mathbb{P} : \begin{cases} p - 1 : n \\ n^3 - 1 : p \end{cases}$

CMR: $n + p$ là số chính phương.

Câu 12. $f(x)$ chia $x - 2$ dư 11, chia $x + 2$ dư -1 , chia $x^2 - 4$ thương $3x$ còn dư. Tính $f_{(2023)} + f_{(-2023)}$

Câu 13. Tìm $x, y \in \mathbb{Z} : x(x^2 + 2x + 4) = y^3 - 3$.

Câu 14. Giải phương trình $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^2 + 6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 + \frac{63-7x^2}{x^2-4} = 0$.

Câu 15. Tìm $n \in \mathbb{N} : B = n^6 - n^4 - 2n^3 + 2n^2$ là số chính phương.

Câu 16. Nếu $2n = a^2 + bc$. CMR: $n = c^2 + d^2$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$)

Câu 17. Cho $a, b, c \geq 0 : a + b + c \geq 3$.

Tìm Max $Q = \frac{1}{a^2 + b + c} + \frac{1}{b^2 + c + a} + \frac{1}{c^2 + a + b}$

Câu 18. Giải phương trình $9 \cdot \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 - 10 \cdot \left(\frac{x^2-4}{x^2-1}\right) = 0$.

Câu 19. $a + b \geq 1$ và $a > 0$. Tìm Min : $T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2$.

Câu 20. Cho $a, b, c > 0$. CMR: $\frac{2ab}{a+b} + \frac{2bc}{b+c} + \frac{2ca}{c+a} \leq a + b + c$

Câu 21. $x, y, z > 0$: $\frac{1}{\left(1 + \frac{y}{x}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{y}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{z}{x}}$. CMR: $x = y = z$.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**Chủ đề: TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG****Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật****Họ và tên:** **Ngày học:**

Câu 1. Cho tam giác ABC. D, E, F là trung điểm BC, CA, AB. Trên BC lấy điểm M, N sao cho $BM = MN = NC$. Gọi $AM \cap BE = P, AN \cap CF = Q$. Chứng minh $\Delta DQP \sim \Delta ABC$.

Câu 2. Cho tứ giác ABCD có các đường chéo cắt nhau tại O và không vuông góc với nhau. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của tam giác AOB và COD. Gọi G và I lần lượt là trọng tâm của các tam giác BOC và AOD.

a) Gọi E là trọng tâm của tam giác AOB và F là giao điểm của AH và DK. Chứng minh các tam giác IEG và HFK đồng dạng với nhau.

b) Chứng minh IG vuông góc với HK.

Câu 3. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. E, M là trung điểm AH, AC.

a) Chứng minh: $\angle ABE \sim \angle CBM$.

b) BE cắt AC tại N. Chứng minh: $\frac{NA}{NC} = \frac{BA^2}{CA^2}$.

c) S thuộc BC sao cho $\angle BNS = 90^\circ$. Chứng minh: $\angle BMS = 90^\circ$.

Câu 4. Cho tam giác ABC, đường cao AD, BE, CF, trực tâm H. Gọi M, N là trung điểm BC, AH. Qua N kẻ vuông góc với AM, cắt CF tại K. Chứng minh: $AK \perp AC$.

Câu 5. Cho tam giác ABC có H là trực tâm. Điểm P, Q thuộc AB, AC sao cho: $\angle BHP = \angle CHQ = 90^\circ$. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh: $HM \perp PQ$.

Câu 6. Cho tam giác ABC, các đường cao AD, BE, CF, trực tâm H. Gọi M là trung điểm BC. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với HM, cắt AC tại P. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AM, cắt BH tại Q. Gọi PQ cắt AD tại I. Chứng minh: $\angle MIP = 90^\circ$

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$). Vẽ đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia đối của tia BC lấy điểm K sao cho $KH = HA$. Qua K kẻ đường thẳng song song với AH, cắt đường thẳng AC tại P.

a) Chứng minh: Tam giác AKC đồng dạng với tam giác BPC.

b) Gọi Q là trung điểm của BP. Chứng minh: tam giác BHQ đồng dạng với tam giác BPC.

c) Tia AQ cắt BC tại I. Chứng minh: $\frac{AH}{HB} - \frac{BC}{IB} = 1$

Câu 8. Cho hình vuông ABCD điểm M thuộc cạnh BC, N thuộc cạnh DC (M, N không trùng với các đỉnh của hình vuông). Biết góc $MAN = 45^\circ$. AM, AN cắt BD lần lượt ở Q và P.

a, CM : tam giác ABQ đồng dạng tam giác PQM

b, CM: PM vuông góc AN

c, Kẻ AH vuông góc với MN. CM: AH có giá trị không đổi

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại A. Điểm D nằm trong góc BAC, điểm E thuộc nửa mặt phẳng bờ

AC không chứa B sao cho: $\angle ABD = \angle ACE = 90^\circ$. Gọi DE cắt BC tại I. Chứng minh: $\frac{ID}{IE} = \frac{BD}{CE}$.

Câu 10. Cho hình vuông ABCD tâm O. H thuộc tia đối của tia CD. AH cắt BC tại I. M là trung điểm BI. Tính góc MOH.

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi M thuộc HC sao cho $MC = 2MH$. Qua H kẻ vuông góc với AM, cắt AB tại N. Gọi K đối xứng với H qua N. Chứng minh: BC đi qua trung điểm AK.

Câu 12. Cho hai tam giác ABC và A'B'C' đồng dạng với nhau ($\hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ$).

Đặt $AB = c; AC = b; BC = a; A'B' = c'; A'C' = b'; B'C' = a'$ và h, h' lần lượt là độ dài các đường cao thuộc cạnh huyền a và a' . Chứng minh:

a) $aa' = bb' + cc'$; b) $\frac{1}{hh'} = \frac{1}{bb'} + \frac{1}{cc'}$.

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
BÀI TOÁN CHỌN LỌC TRONG ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho $x \in \mathbb{N} : 3x + 1$ và $2x + 1$ là số chính phương. CMR: $x : 40$

Câu 2. $B = 2^{2^n} + 3 \in \mathbb{P}$. Tìm $n \in \mathbb{N}$.

Câu 3. $a, b, n \in \mathbb{Z}^+ : a < n$ và $\frac{an^2 + 1}{bn + 1} \in \mathbb{Z}$. CMR: $b = an$.

Câu 4. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}^+ : x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$.

Câu 5. $a, b, c, d \in \mathbb{Z} : a > b > c > d$ và $(a^3 + c^3)(b - d) = (b^3 - d^3)(a + c)$. CMR: $ab + cd \notin \mathbb{P}$.

Câu 6. $a, b : \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{3}{ab} = 1$. Tính $T = (a - 1)^{2023} (b - 1)^{2023}$

Câu 7. $a, b, c \in \mathbb{R}^+ : ab + bc + ca = 3$

Tìm Min: $A = \frac{a}{2b^3 + 1} + \frac{b}{2c^3 + 1} + \frac{c}{2a^3 + 1}$.

Câu 8. $a, b : a + b = 2ab$

Tìm Max $B = \frac{a}{1 + 2a^2} + \frac{b}{1 + 2b^2}$

Câu 9. Tìm $x, y \in \mathbb{Z} : x^2 y^2 = 4x^2 y - y^3 - 4x^2 + 3y^2 - 1$

Câu 10. $a + b = 1$ và $ab \neq 0$. CMR: $\frac{a}{b^3 - 1} + \frac{1}{a^3 - 1} = \frac{2(ab - 2)}{a^2 b^2 + 3}$.

Câu 11. $n \geq 2$ và $p \in \mathbb{P} : \begin{cases} p - 1 : n \\ n^3 - 1 : p \end{cases}$

CMR: $n + p$ là số chính phương.

Câu 12. $f(x)$ chia $x - 2$ dư 11, chia $x + 2$ dư -1 , chia $x^2 - 4$ thương $3x$ còn dư. Tính $f_{(2023)} + f_{(-2023)}$

Câu 13. Tìm $x, y \in \mathbb{Z} : x(x^2 + 2x + 4) = y^3 - 3$.

Câu 14. Giải phương trình $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^2 + 6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 + \frac{63-7x^2}{x^2-4} = 0$.

Câu 15. Tìm $n \in \mathbb{N} : B = n^6 - n^4 - 2n^3 + 2n^2$ là số chính phương.

Câu 16. Nếu $2n = a^2 + bc$. CMR: $n = c^2 + d^2$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$)

Câu 17. Cho $a, b, c \geq 0 : a + b + c \geq 3$.

Tìm Max $Q = \frac{1}{a^2 + b + c} + \frac{1}{b^2 + c + a} + \frac{1}{c^2 + a + b}$

Câu 18. Giải phương trình $9 \cdot \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 - 10 \cdot \left(\frac{x^2-4}{x^2-1}\right) = 0$.

Câu 19. $a + b \geq 1$ và $a > 0$. Tìm Min : $T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2$.

Câu 20. Cho $a, b, c > 0$. CMR: $\frac{2ab}{a+b} + \frac{2bc}{b+c} + \frac{2ca}{c+a} \leq a + b + c$

Câu 21. $x, y, z > 0$: $\frac{1}{\left(1 + \frac{y}{x}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{y}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{z}{x}}$. CMR: $x = y = z$.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**Chủ đề: TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG****Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật****Họ và tên:** **Ngày học:**

Câu 1. Cho tam giác ABC. D, E, F là trung điểm BC, CA, AB. Trên BC lấy điểm M, N sao cho $BM = MN = NC$. Gọi $AM \cap BE = P, AN \cap CF = Q$. Chứng minh $\Delta DQP \sim \Delta ABC$.

Câu 2. Cho tứ giác ABCD có các đường chéo cắt nhau tại O và không vuông góc với nhau. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của tam giác AOB và COD. Gọi G và I lần lượt là trọng tâm của các tam giác BOC và AOD.

a) Gọi E là trọng tâm của tam giác AOB và F là giao điểm của AH và DK. Chứng minh các tam giác IEG và HFK đồng dạng với nhau.

b) Chứng minh IG vuông góc với HK.

Câu 3. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. E, M là trung điểm AH, AC.

a) Chứng minh: $\angle ABE \sim \angle CBM$.

b) BE cắt AC tại N. Chứng minh: $\frac{NA}{NC} = \frac{BA^2}{CA^2}$.

c) S thuộc BC sao cho $\angle BNS = 90^\circ$. Chứng minh: $\angle BMS = 90^\circ$.

Câu 4. Cho tam giác ABC, đường cao AD, BE, CF, trực tâm H. Gọi M, N là trung điểm BC, AH. Qua N kẻ vuông góc với AM, cắt CF tại K. Chứng minh: $AK \perp AC$.

Câu 5. Cho tam giác ABC có H là trực tâm. Điểm P, Q thuộc AB, AC sao cho: $\angle BHP = \angle CHQ = 90^\circ$. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh: $HM \perp PQ$.

Câu 6. Cho tam giác ABC, các đường cao AD, BE, CF, trực tâm H. Gọi M là trung điểm BC. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với HM, cắt AC tại P. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AM, cắt BH tại Q. Gọi PQ cắt AD tại I. Chứng minh: $\angle MIP = 90^\circ$

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$). Vẽ đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia đối của tia BC lấy điểm K sao cho $KH = HA$. Qua K kẻ đường thẳng song song với AH, cắt đường thẳng AC tại P.

a) Chứng minh: Tam giác AKC đồng dạng với tam giác BPC.

b) Gọi Q là trung điểm của BP. Chứng minh: tam giác BHQ đồng dạng với tam giác BPC.

c) Tia AQ cắt BC tại I. Chứng minh: $\frac{AH}{HB} - \frac{BC}{IB} = 1$

Câu 8. Cho hình vuông ABCD điểm M thuộc cạnh BC, N thuộc cạnh DC (M, N không trùng với các đỉnh của hình vuông). Biết góc $MAN = 45^\circ$. AM, AN cắt BD lần lượt ở Q và P.

a, CM : tam giác ABQ đồng dạng tam giác PQM

b, CM: PM vuông góc AN

c, Kẻ AH vuông góc với MN. CM: AH có giá trị không đổi

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại A. Điểm D nằm trong góc BAC, điểm E thuộc nửa mặt phẳng bờ

AC không chứa B sao cho: $\angle ABD = \angle ACE = 90^\circ$. Gọi DE cắt BC tại I. Chứng minh: $\frac{ID}{IE} = \frac{BD}{CE}$.

Câu 10. Cho hình vuông ABCD tâm O. H thuộc tia đối của tia CD. AH cắt BC tại I. M là trung điểm BI. Tính góc MOH.

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi M thuộc HC sao cho $MC = 2MH$. Qua H kẻ vuông góc với AM, cắt AB tại N. Gọi K đối xứng với H qua N. Chứng minh: BC đi qua trung điểm AK.

Câu 12. Cho hai tam giác ABC và A'B'C' đồng dạng với nhau ($\hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ$).

Đặt $AB = c; AC = b; BC = a; A'B' = c'; A'C' = b'; B'C' = a'$ và h, h' lần lượt là độ dài các đường cao thuộc cạnh huyền a và a' . Chứng minh:

a) $aa' = bb' + cc'$; b) $\frac{1}{hh'} = \frac{1}{bb'} + \frac{1}{cc'}$.

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn