

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên

CHỦ ĐỀ: TỔNG HỢP

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

Câu 1: Cho hình vuông ABCD, gọi AC cắt BD tại O. Điểm K thuộc đoạn thẳng AD (K khác A, D). Kẻ DK vuông góc với CK tại I.

- Chứng minh: tứ giác DIOC là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh: $\triangle COI \sim \triangle CKA$.
- Cho đường thẳng OI và đường thẳng CD cắt nhau tại L.
- Chứng minh: $LD \cdot IC = LC \cdot ID$
- Chứng minh: B, K, L thẳng hàng.

Câu 2. Cho đường tròn (O) có dây AB không là đường kính, gọi D là điểm thuộc tia đối của tia AB. Kẻ đường kính PQ của đường tròn (O) vuông góc với dây AB tại C (P thuộc cung lớn AB) Tia DP cắt đường tròn (O) tại điểm M (M khác P), các đường thẳng AB và QM cắt nhau tại K

- Chứng minh bốn điểm P, C, K, M cùng thuộc đường tròn (O)
- Kẻ tiếp tuyến DE của (O), (E là tiếp điểm và E thuộc nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm P). Chứng minh $DM \cdot DP = DE^2$.
- Cho ba điểm A, B, D cố định, gọi F là giao điểm của PK và QD. Chứng minh khi đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua hai điểm A và B thì $DK \cdot DC = DE^2$ và $KP \cdot KF$ không đổi.

Câu 3. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

- Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BFEC
- Gọi I là trung điểm của AH. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn (O)
- Vẽ CI cắt đường tròn (O) tại M ($M \neq C$), EF cắt AD tại K. Chứng minh ba điểm B, K, M thẳng hàng.

Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$, các đường cao BD, CE ($D \in AC, E \in AB$) cắt nhau tại H

- Chứng minh rằng tứ giác BEDC nội tiếp
- Gọi M là trung điểm của BC. Đường tròn đường kính AH cắt AM tại điểm G (G khác A). Chứng minh rằng $AE \cdot AB = AG \cdot AM$
- Hai đường thẳng DE và BC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng $\angle MAC = \angle GCM$ và đường thẳng nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác MBE, MCD song song với đường thẳng KG.

Câu 5. Cho đường tròn (O) . Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) , (A, B là các tiếp điểm)

a) Chứng minh $MAOB$ là tứ giác nội tiếp

b) Vẽ đường kính BK của đường tròn (O) , H là điểm trên BK sao cho $AH \perp BK$. Điểm I là giao điểm của AH, MK . Chứng minh I là trung điểm của HA .

Giáo viên: Thầy Mẫn

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
LUYỆN TẬP

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

Câu 1.

a) Cho $f(x) = \frac{1}{(2x+1)(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})}$, ($x \in \mathbb{N}^*$).

Chứng minh $f(x) < \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)$ với mọi $x \in \mathbb{N}^*$ và $f(1) + f(2) + \dots + f(2023) < \frac{1}{2}$.

b) Chứng minh $7^{2n+1} - 48n - 7 : 288$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Câu 2. Cho các số nguyên tố a, b thỏa mãn $a + b^2$ là số chính phương.

a) Chứng minh rằng $a = 2b + 1$.

b) Chứng minh rằng $a^2 + b^{2023}$ không phải là số chính phương.

Câu 3.

a) Tìm các số nguyên a, b thỏa mãn $2a^2 + b^2 + 3ab + 3a + 2b + 2 = 0$.

b) Giải phương trình: $x + \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} + 4$.

Câu 4.

a) Giải phương trình: $(y^2 + 1)(2y^2 - 3\sqrt{2y^2 + 2y + 1} + 4) = 1 - y$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 3x = y^3 - 8 \\ x^2 + y^2 = y + 2 \end{cases}$$

Câu 5.

a) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$.

Chứng minh $\frac{1}{\sqrt{a(2b+3c)}} + \frac{1}{\sqrt{b(2c+3a)}} + \frac{1}{\sqrt{c(2a+3b)}} \geq \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

b) Cho số thực a thỏa mãn $1 \leq a \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $T = \frac{3+a}{a} + \frac{6-a}{3-a}$.

Câu 6.

1. Giải phương trình $x(5x^3 + 2) + 2(\sqrt{2x+1} - 1) = 0$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2(4y+1) - 2y = -3 \\ y^2(x^2 - 12y) + 4y^2 = 9 \end{cases}$$

Câu 7.

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y - \frac{2}{x} + 1 = 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 - \frac{4}{x^2} + 1 = 0 \end{cases}$$

Câu 8. Giải hệ
$$\begin{cases} x - y - xy = 2 + 3\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$$

Câu 9. Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $ab + bc + ca \leq 1$. Tìm GTNN của $P = ab + bc + ca + \frac{a + b + c}{abc}$

Câu 10. Cho $a, b > 0$ và $2a + b \geq 7$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$S = a^2 - a + 3b + \frac{9}{a} + \frac{1}{b} + 9.$$

Câu 11. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + \frac{1}{y} \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}.$$

Câu 12. Cho $x, y, z \geq 0$ thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \sqrt{5x+1} + \sqrt{5y+1} + \sqrt{5z+1}.$$

Giáo viên: Trần Ngọc Hà