

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học zoom - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Ví dụ 2: Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2(m - 2)x + m^2$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$ với $x_1 < x_2$, thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = 6$.

HD:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = -2(m-2)x + m^2 \Leftrightarrow x^2 + 2(m-2)x - m^2 = 0. (*)$$

Ta có $\Delta' = (m-2)^2 + m^2 = 2(m-1)^2 + 2 > 0 \forall m$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 < x_2. \text{ Vì } x_1 x_2 = -m^2 \leq 0 \text{ nên } x_1 \leq 0; 0 \leq x_2; x_1 < x_2 \Rightarrow |x_1| = -x_1; |x_2| = x_2.$$

$$\text{Khi đó: } |x_1| - |x_2| = -x_1 - x_2 = -(x_1 + x_2) = 6 \Rightarrow x_1 + x_2 = -6.$$

$$\text{Theo định lí Vi-ét ta có: } x_1 + x_2 = -2(m-2) \Rightarrow -2(m-2) = -6 \Leftrightarrow m-2 = 3 \Leftrightarrow m = 5.$$

Vậy $m = 5$ thỏa mãn bài ra.

Ví dụ 6. Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng (d): $y = 2x + 5m$ cắt Parabol (P): $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2^2 - x_1(5m + 3x_2) = 10115$

HD:

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm: } x^2 = 2x + 5m \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5m = 0 (*)$$

Để đường thẳng (d): $y = 2x + 5m$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow \Delta' = 1 + 5m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{5}$$

Khi đó, áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -5m \end{cases}$. Khi đó theo giả thiết, ta có:

$$x_1 x_2^2 - x_1(5m + 3x_2) = 10115 \Leftrightarrow -5m x_2 - 5m x_1 - 3x_1 x_2 = 10115$$

$$\Leftrightarrow -5m(x_1 + x_2) - 3x_1 x_2 = 10115 \Leftrightarrow -10m - 3(-5m) = 10115$$

$$\Leftrightarrow 5m = 10115 \Leftrightarrow m = 2023(\text{tm})$$

Vậy $m = 2023$

Ví dụ 7. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$ (m là tham số). Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 4x_1x_2$

HD:

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - 2m = m^2 + 1 > 0$, với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1x_2 = 2m \end{cases}$$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình nên ta có: $x_1^2 - 2(m+1)x_1 + 2m = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = 2(m+1)x_1 - 2m$

Theo đề bài

$$\begin{aligned} P &= x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 4x_1x_2 = 2(m+1)x_1 - 2m + 2(m+1)x_2 + 4x_1x_2 \\ &= 2(m+1)(x_1 + x_2) - 2m + 4x_1x_2 = 2(m+1) \cdot 2(m+1) - 2m + 4 \cdot 2m \\ &= 4(m+1)^2 + 6m = 4m^2 + 14m + 4 = \left(2m + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{33}{4} \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \left(2m + \frac{7}{2}\right)^2 \geq 0 (\forall m) \Rightarrow \left(2m + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{33}{4} \geq -\frac{33}{4} (\forall m)$$

$$\text{Đấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow 2m + \frac{7}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{7}{4}$$

$$\text{Vậy } \text{Min } P = -\frac{33}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{7}{4}$$