

## BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11

### GÓC TRONG KHÔNG GIAN

Tài liệu lớp học 11A1 - 18h - 21h15 - Tối thứ năm - 23/26 Nguyễn Hồng

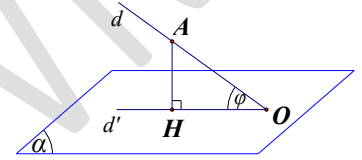
Họ và tên: .....Ngày học: .....

#### 1. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ .

+) Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  thì ta nói góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ , kí hiệu  $d \perp (\alpha)$ .

+) Nếu đường thẳng  $d$  không vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  thì góc giữa chúng bằng góc giữa đường thẳng  $d$  và hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $d$  trên mặt phẳng  $(\alpha)$ .



#### 2. Góc giữa hai mặt phẳng

+) Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

+) Nếu hai mặt phẳng song song hoặc trùng nhau thì ta nói góc giữa hai mặt phẳng đó bằng  $0^\circ$ .

#### 3. Diện tích hình chiếu của một đa giác

+) Cho đa giác  $H$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  có diện tích  $S$  và đa giác  $H'$  là hình chiếu vuông góc của  $H$  trên mặt phẳng  $(\beta)$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ . Khi đó diện tích  $S'$  của  $H'$  được tính theo công thức:

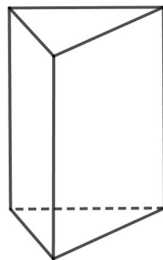
$$S' = S \cos \varphi$$

#### 4. Hình lăng trụ đứng

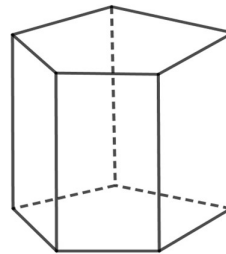
+) Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với các mặt đáy. Độ dài cạnh bên được gọi là chiều cao của hình lăng trụ đứng.

+) Các mặt bên của hình lăng trụ đứng luôn vuông góc với mặt phẳng đáy và là những hình chữ nhật.

+) Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác, tứ giác,... được gọi là hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác,...



Hình lăng trụ đứng tam giác



Hình lăng trụ đứng ngũ giác

**Một số lăng trụ đặc biệt**

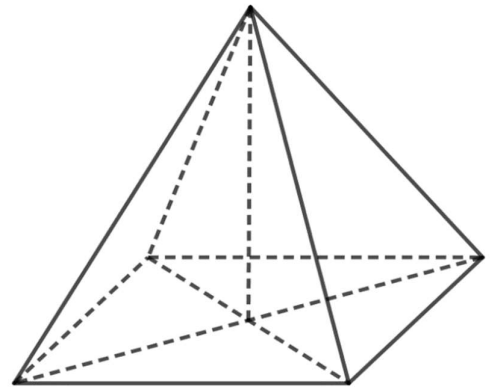
- + ) Hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều được gọi là **hình lăng trụ đều**.
- + ) Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành được gọi là **hình hộp đứng**.
- + ) Hình lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật được gọi là **hình hộp chữ nhật**.
- + ) Hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông và các mặt bên đều là hình vuông được gọi là **hình lập phương**.

**5. Hình chóp đều**

Một hình chóp được gọi là hình chóp đều nếu đáy của nó là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

**Tính chất**

- + ) Một hình chóp là hình chóp đều khi và chỉ khi đáy của nó là đa giác đều và chân đường cao của hình chóp đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác đáy.
- + ) Hình chóp đều có các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau. Các mặt bên tạo với mặt đáy các góc bằng nhau. Các cạnh bên tạo với mặt đáy các góc bằng nhau.



Hình chóp tứ giác đều

**DẠNG 1. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẺ VÀ MẶT PHẺ**

**Câu 1.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Tính cosin góc giữa  $AB$  và  $mp(BCD)$ .

**Câu 2.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  và  $BC = a$ . Trên đường thẳng qua  $A$  vuông góc với  $(ABC)$  lấy điểm  $S$  sao cho  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Tính số đo góc giữa đường thẳng  $SB$  và  $(ABC)$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi,  $O$  là giao điểm của  $BD$  và  $AC$ . Biết  $SO \perp (ABCD)$  và  $BD = 4a$ ,  $AC = 2a$ ,  $\tan \widehat{SBO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Tính số đo của góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật.  $M$  là trung điểm  $CD$ . Biết  $SA = SC = SB = SD = a\sqrt{2}$ , đường tròn ngoại tiếp  $ABCD$  có bán kính bằng  $a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SM$  và mặt đáy. Tính  $\tan \alpha$ .

**Câu 5.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Điểm  $M$  thuộc tia  $DD'$  thỏa mãn  $DM = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Câu 6.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Tính  $\tan$  góc giữa đường chéo  $AC'$  và mặt phẳng  $(A'BCD')$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{6}$ .

- a. Tính góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$ .
- b. Tính tan của góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$ .
- c. Tính sin của góc giữa  $AC$  và  $(SBC)$ .

### DẠNG 2. TÍNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $(ABC)$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Biết  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = \frac{a}{2}$ .

Tính góc giữa 2 mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$ .

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $(ABC)$  là tam giác vuông cân tại  $B$ .  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = AB$ .

Tính góc giữa 2 mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$ .

**Câu 10.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh  $a$ . Đường thẳng  $SO$

vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  và  $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính góc giữa 2 mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$ .

**Câu 11.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = a$ ,  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại đỉnh  $A$  và

$BC = a\sqrt{2}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SC$ . Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(MNA)$  và  $(ABC)$  bằng bao nhiêu?

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$  và

$M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SC, SD$ . Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng  $(GMN)$  và  $(ABCD)$ .

**Câu 13.** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(A'B'C')$  và  $(A'BC)$ , tính  $\cos \alpha$ .

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông có độ dài đường chéo bằng  $a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ . Nếu

$\tan \alpha = \sqrt{2}$  thì góc giữa  $(SAC)$  và  $(SBC)$  bằng bao nhiêu.

**DẠNG 3. TÍNH DIỆN TÍCH ĐA GIÁC DỰA VÀO ĐỊNH LÝ HÌNH CHIẾU**

**Câu 15.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$ , cạnh đáy bằng  $a$ . Góc giữa  $(SCD)$  và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $SAB$ .

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = \frac{a}{2}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(SBC)$  từ đó suy ra diện tích tam giác  $SBC$ .

**Giáo viên: Trần Lê Cường**

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11**

**QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM (tiếp)**

Tài liệu lớp học 11A1 - 18h - 21h15 - Tối thứ năm - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Câu 1:** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = x^2 - x\sqrt{x} + 1$

b)  $y = \sqrt{2 - 5x - x^2}$

c)  $y = \frac{x^3}{\sqrt{a^2 - x^2}}$  ( $a$  là hằng số)

d)  $y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}$

**Câu 2:** Cho  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ . Tìm  $x$  để:

a)  $y' > 0$

b)  $y' < 3$

**Câu 3:** Tìm đạo hàm của các hàm số sau :

a)  $y = \frac{x-1}{5x-2}$ ;

b)  $y = \frac{2x+3}{7-3x}$

c)  $y = \frac{x^2+2x+3}{3-4x}$ ;

d)  $y = \frac{x^2+7x+3}{x^2-3x}$ .

**Câu 4:** Giải các bất phương trình sau :

a)  $y' < 0$  với  $y = \frac{x^2+x+2}{x-1}$ ;

b)  $y' \geq 0$  với  $y = \frac{x^2+3}{x+1}$ ;

c)  $y' > 0$  với  $y = \frac{2x-1}{x^2+x+4}$ .

**Câu 5:** Tìm đạo hàm của các hàm số sau :

a)  $y = 5 \sin x - 3 \cos x$ ;

b)  $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ ;

c)  $y = x \cot x$ ;

d)  $y = \frac{\sin x}{x} + \frac{x}{\sin x}$ ;

e)  $y = \sqrt{1+2 \tan x}$ ;

f)  $y = \sin \sqrt{1+x^2}$ .

**Câu 6:** Tìm đạo hàm của các hàm số sau :

a)  $y = (9-2x)(2x^3-9x^2+1)$ ;

b)  $y = \left(6\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right)(7x-3)$ ;

c)  $y = (x-2)\sqrt{x^2+1}$ ;

d)  $y = \tan^2 x - \cot x^2$ ;

e)  $y = \cos \frac{x}{1+x}$ .

**Câu 7.** Tính  $\frac{f'(1)}{\varphi'(1)}$ , biết rằng  $f(x) = x^2$  và  $\varphi(x) = 4x + \sin \frac{\pi x}{2}$ .

**Câu 8.** Chứng minh rằng các hàm số sau có đạo hàm không phụ thuộc  $x$  :

a)  $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ ;

b)  $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} + x\right) - 2 \sin^2 x$ .

**Câu 9.** Giải phương trình:

a)  $f(x) = 3 \cot x + 4 \sin x + 5x$

b)  $f(x) = 1 - \sin(\pi + x) + 2 \cos\left(\frac{2\pi + x}{2}\right)$

**Câu 10.** Giải bất phương trình  $f'(x) > g'(x)$ , biết rằng :

a)  $f(x) = x^3 + x - \sqrt{2}$ ,  $g(x) = 3x^2 + x + \sqrt{2}$  ;

b)  $f(x) = 2x^3 - x^2 + \sqrt{3}$ ,  $g(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} - \sqrt{3}$ .

**Giáo viên: Nguyễn Thành Long**