Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
TỔNG HỢP: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT
Tài liệu lớp học Zoom 9A0 – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:.. Ngày học:.......................................

Câu 1.

a) Tìm GTNN của biểu thức: $A=\dfrac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$

b) Cho $a,\ b>0$ và $a+b=1$. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{a^2+b^2}\ge 6$

Câu 2. Cho các số thực dương a, b, c thoả mãn abc = 1. Tìm GTLN của biểu thức

$$T=\frac{a}{b^4+c^4+a}+\frac{b}{a^4+c^4+b}+\frac{c}{a^4+b^4+c}$$

Câu 3.

a) Chứng minh $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\ge\dfrac{4}{x+y}$ với x, y là các số dương

b) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của 1 tam giác. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a+b-c}+\frac{1}{b+c-a}+\frac{1}{c+a-b}\ge\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$$

Câu 4. Cho các số dương a,b,c thỏa mãn a + b + c = 1. CMR:

$$\frac{a}{a+b^2}+\frac{b}{b+c^2}+\frac{c}{c+a^2}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

Câu 5. Cho $a,\ b,\ c$ là ba cạnh của tam giác. Chứng minh: $\dfrac{ab}{a+b-c}+\dfrac{bc}{-a+b+c}+\dfrac{ca}{a-b+c}\ge a+b+c$

Câu 6. Cho 2 số không âm $a;b$ thỏa mãn $a^2+b^2\le a+b$. Tìm GTLN của biểu thức

$$S=2019+\left(\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}\right)^{2020}.$$

Câu 7. Cho $x,\ y$ là hai số thực thỏa mãn $x+y+4=0$. Tìm GTLN của biểu thức

$$P=2\left(x^3+y^3\right)+3\left(x^2+y^2\right)+10xy.$$

Câu 8. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab+bc+ca=3$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$A=\frac{a}{2b^3+1}+\frac{b}{2c^3+1}+\frac{c}{2a^3+1}.$$

Câu 9. Cho a,b,c là các số thõa mãn $|a|<1;\ |b|<1;\ |c|<1$ và $ab+bc+ca=2$

Chứng minh $\dfrac{a^2}{1-b^2}+\dfrac{b^2}{1-c^2}+\dfrac{c^2}{1-a^2}\ge 6$

Câu 10.

a) Chứng minh $(a - b)(a^2 - b^2) \geq 0$

b) Với $a + b + c = 3$. Tìm GTNN của $M = \frac{a^3}{a^2 + b^2 + ab} + \frac{b^3}{b^2 + c^2 + bc} + \frac{c^3}{c^2 + a^2 + ca}$.

Câu 11. Cho a, b là hai số dương phân biệt thỏa mãn $\sqrt{ab} = \frac{a + b}{a - b}$.

CMR: $P = ab + \frac{a - b}{\sqrt{ab}} \geq 4$

Câu 12. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 2$ và $x + y + z = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $H = xyz$

Câu 13. Cho x là số thực bất kỳ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} + \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + 7}.$$

Giáo viên: Thầy Mẫn

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
SỐ HỌC
Tài liệu lớp học Zoom 9A0 – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:.. Ngày học:............................

Câu 1. Chứng minh nếu các số dương $a,b,c\in Q$ thỏa mãn $\sqrt{a}+\sqrt{b}=c$ thì $\sqrt{a};\sqrt{b}\in Q$.

Câu 2. Tìm tất cả các số nguyên n để hai số $n-1989$ và $n-2022$ đều là các số chính phương.

Câu 3. Biết rằng phương trình $x^2-ax+b+2=0$ (với a, b là các số nguyên) có hai nghiệm là các số nguyên. Chứng minh $2a^2+b^2$ là hợp số.

Câu 4. Tìm các số nguyên m, n thỏa mãn $m(m+1)(m+2)=n^2$

Câu 5. Giả sử n là số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $n(n+1)+7$ không chia hết cho 7. Chứng minh rằng $4n^3-5n-1$ không là số chính phương.

Câu 6.

a) Chứng minh với mỗi số nguyên n, số $n^2+3n+16$ không chia hết cho 25.

b) Chứng minh với mỗi số nguyên n, số n^2+n+16 không chia hết cho 49.

Câu 7.

a) Tìm tất cả các số nguyên x và y thỏa mãn $x^2-xy-2y^2+x+y-5=0$.

b) Tìm tất cả cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $x^2+2y^2+3xy+3x+5y=15$.

Câu 8. Cho ba số nguyên a,b,c thỏa mãn $a=b-c=\frac{b}{c}$. Chứng minh rằng $a+b+c$ có giá trị là lập phương của một số nguyên

Câu 9.

a) Cho các số nguyên x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=2xyz$. Chứng minh rằng xyz chia hết cho 24

b) Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương $(a;b;c)$ sao cho $\left(a+b+c\right)^2-2a+2b$ là số chính phương

Câu 10. Tồn tại hay không số $n\in N$ để các số $2^{n+1}-1$ và $2^{n-1}\left(2^n-1\right)$ đồng thời là lập phương của các số nguyên.

Câu 11. Chứng minh rằng nếu các số $m,n\in N$ thỏa mãn bất đẳng thức $\sqrt{7}-\frac{m}{n}>0$ thì $\sqrt{7}-\frac{m}{n}>\frac{1}{mn}$.

Câu 12. Chứng minh rằng tồn tại vô số các số có dạng $5^n (n\in N)$, mà trong cách biểu diễn thập phân của mỗi số đó có không ít hơn 2022 chữ số 0 đứng liên tiếp.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà