

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**

**BÀI TẬP TỔNG HỢP**

Tài liệu lớp học zoom - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Bài 1.** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm E tùy ý trên nửa đường tròn đó (E khác A, B). Lấy điểm H thuộc đoạn EB (H khác E, B). Tia AH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là F. Kéo dài tia AE và BF cắt nhau tại I. Đường cao IH cắt nửa đường tròn tại P và cắt AB tại K.

a. Chứng minh tứ giác IEHF nội tiếp được đường tròn.

b. Chứng minh  $\widehat{AIH} = \widehat{ABE}$ .

c. Chứng minh  $\cos \widehat{ABP} = \frac{PK + BK}{PA + PB}$ .

d. Gọi S là giao điểm của tia BF và tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn (O). Khi tứ giác AHIS nội tiếp được đường tròn. Chứng minh  $EF \perp EK$ .

(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Bà Rịa – Vũng Tàu 2019 - 2020)

**Bài 2.** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) đường kính AC ( $BA < BC$ ). Trên đoạn thẳng OC lấy điểm I bất kỳ ( $I \neq C$ ). Đường thẳng BI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D. Kẻ  $CH \perp BD$  ( $H \in BD$ ), DK vuông góc với AC ( $K \in AC$ )

a. Chứng minh rằng tứ giác DHKC là tứ giác nội tiếp.

b. Cho độ dài đoạn thẳng AC là 4cm và  $\widehat{ABD} = 60^\circ$ . Tính diện tích tam giác ACD.

c. Đường thẳng đi qua K song song với BC cắt đường thẳng BD tại E. Chứng minh rằng khi I thay đổi trên đoạn thẳng OC ( $I \neq C$ ) thì điểm E luôn thuộc một đường tròn cố định.

(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Bắc Ninh 2019 - 2020)

**Bài 3.** Trên nửa đường tròn đường kính AB, lấy hai điểm I, Q sao cho I thuộc cung AQ. Gọi C là giao điểm hai tia AI và BQ. H là giao điểm của hai dây AQ và BI.

a. Chứng minh tứ giác CIHQ nội tiếp

b. Chứng minh  $CI \cdot AI = HI \cdot BI$

c. Biết  $AB = 2R$ . Tính giá trị của biểu thức  $M = AI \cdot AC + BQ \cdot BC$  theo R.

(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Bạc Liêu 2019 - 2020)

**Bài 4.** Cho đường tròn  $(O; R)$ . Từ một điểm  $M$  ở ngoài đường tròn  $(O; R)$  sao cho  $OM = 2R$ , vẽ hai tiếp tuyến  $MA, MB$  với  $(O)$  ( $A, B$  là hai tiếp điểm). Lấy một điểm  $N$  tùy ý trên cung nhỏ  $AB$ . Gọi  $I, H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $N$  trên  $AB, AM, BM$ .

a. Tính diện tích tứ giác  $MAOB$  theo  $R$ .

b. Chứng minh:  $\widehat{NIH} = \widehat{NBA}$ .

c. Gọi  $E$  là giao điểm của  $AN$  và  $IH, F$  là giao điểm của  $BN$  và  $IK$ . Chứng minh tứ giác  $IENF$  nội tiếp được trong đường tròn.

d. Giả sử  $O, N, M$  thẳng hàng. Chứng minh  $NA^2 + NB^2 = 2R^2$ .

*(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Bình Dương 2019 - 2020)*

**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ .

a. Chứng minh tứ giác  $BCEF$  nội tiếp.

b. Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $BC, K$  là điểm đối xứng của  $H$  qua  $I$ . Chứng minh ba điểm  $A, O, K$  thẳng hàng.

c. Chứng minh  $AK \perp EF$ .

d. Chứng minh rằng nếu tam giác  $ABC$  có  $\tan B \cdot \tan C = 3$  thì  $OH \parallel BC$ .

*(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Bình Thuận 2019 - 2020)*

**Bài 6.** Cho đường tròn  $(O)$  tâm  $O$ , đường kính  $AB$  và  $C$  là điểm nằm trên đoạn thẳng  $OB$  (với  $C \neq B$ )

. Kẻ dây  $DE$  của đường tròn  $(O)$  vuông góc với  $AC$  tại trung điểm  $H$  của  $AC$ . Gọi  $K$  là giao điểm thứ hai của  $BD$  với đường tròn đường kính  $BC$ .

a. Chứng minh tứ giác  $DHCK$  là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh  $CE$  song song với  $AD$  và ba điểm  $E, C, K$  thẳng hàng.

c. Đường thẳng qua  $K$  vuông góc với  $DE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại hai điểm  $M$  và  $N$  (với  $M$  thuộc cung nhỏ  $\widehat{AD}$ ). Chứng minh  $EM^2 + DN^2 = AB^2$ .

*(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Đà Nẵng 2019 - 2020)*

**Bài 7.** Cho tam giác nhọn  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $M$  là một điểm di động trên cung nhỏ  $BC$  của đường tròn  $(O)$  ( $M$  không trùng với  $B, C$ ). Gọi  $H, K, D$  theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ  $M$  đến các đoạn thẳng  $AB, AC, BC$ .

a. Chứng minh tứ giác  $AHMK$  nội tiếp đường tròn.

- b. Chứng minh  $MH.MC = MK.MB$ .
- c. Tìm vị trí điểm  $M$  để  $DH + DK$  lớn nhất.

*(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Vĩnh Phúc 2019 - 2020)*

**Bài 8.** Từ một điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ , kẻ các tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn ( $B, C$  là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ  $BC$  lấy một điểm  $M$  bất kỳ khác  $B$  và  $C$ . Gọi  $I, K, P$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên các đoạn thẳng  $AB, AC, BC$ .

- a. Chứng minh  $AIMK$  là tứ giác nội tiếp.
- b. Chứng minh  $\widehat{MPK} = \widehat{MBC}$ .
- c. Xác định vị trí điểm  $M$  trên cung nhỏ  $BC$  để tích  $MI.MK.MP$  đạt giá trị lớn nhất.

*(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Thanh Hóa 2019 - 2020)*

**Bài 9.** Qua điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn ( $O$ ) vẽ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  của đường tròn ( $B, C$  là hai tiếp điểm). Gọi  $E$  là trung điểm của đoạn  $AC, F$  là giao điểm thứ hai của  $EB$  với đường tròn ( $O$ ).

- a. Chứng minh : tứ giác  $ABOC$  là tứ giác nội tiếp, tam giác  $CEF$  đồng dạng với tam giác  $BEC$ .
- b. Gọi  $K$  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $AF$  với đường tròn ( $O$ ). Chứng minh  $BF.CK = BK.CF$
- c. Chứng minh  $AE$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABF$ .

**Bài 10.** Cho đường tròn ( $O$ ) ngoại tiếp tam giác nhọn  $ABC$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ  $AB$  và cung nhỏ  $BC$ . Hai dây  $AN$  và  $CM$  cắt nhau tại điểm  $I$ . Dây  $MN$  cắt các cạnh  $AB$  và  $BC$  lần lượt tại các điểm  $H$  và  $K$ .

- a. Chứng minh bốn điểm  $C, N, K, I$  cùng thuộc một đường tròn.
- b. Chứng minh  $NB^2 = NK.NM$ .
- c. Chứng minh tứ giác  $BHIK$  là hình thoi.
- d. Gọi  $P, Q$  lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MBK$ , tam giác  $MCK$  và  $E$  là trung điểm của đoạn  $PQ$ . Vẽ đường kính  $ND$  của đường tròn ( $O$ ). Chứng minh ba điểm  $D, E, K$  thẳng hàng.

*(Đề thi Toán vào 10 Hà Nội 2017 - 2018)*

**Bài 11.** Cho đường tròn ( $O; R$ ) với dây cung  $AB$  không đi qua tâm. Lấy  $S$  là một điểm bất kì trên tia đối của tia  $AB$  ( $S$  khác  $A$ ). Từ điểm  $S$  vẽ hai tiếp tuyến  $SC, SD$  với đường tròn ( $O; R$ ) sao cho điểm  $C$  nằm trên cung nhỏ  $AB$  ( $C, D$  là các tiếp điểm). Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

- a. Chứng minh năm điểm  $C, D, H, O, S$  thuộc đường tròn đường kính  $SO$ .

- b. Khi  $SO = 2R$ , hãy tính độ dài đoạn thẳng  $SD$  theo  $R$  và tính số đo  $\widehat{CSD}$ .
- c. Đường thẳng đi qua điểm  $A$  và song song với đường thẳng  $SC$ , cắt đoạn thẳng  $CD$  tại điểm  $K$ . Chứng minh tứ giác  $ADHK$  là tứ giác nội tiếp và đường thẳng  $BK$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $SC$ .
- d. Gọi  $E$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BD$  và  $F$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $E$  trên đường thẳng  $AD$ . Chứng minh rằng, khi điểm  $S$  thay đổi trên tia đối của tia  $AB$  điểm  $F$  luôn thuộc một đường tròn cố định.

*(Đề thi Toán vào 10 Hà Nội 2018 - 2019)*

**Bài 12.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Hai đường cao  $BD$  và  $CE$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ . Đường thẳng  $AH$  cắt  $BC$  và  $(O)$  lần lượt tại  $F$  và  $K$  ( $K \neq A$ ). Gọi  $L$  là hình chiếu của  $D$  lên  $AB$ .

- a. Chứng minh rằng tứ giác  $BEDC$  nội tiếp và  $BD^2 = BL \cdot BA$
- b. Gọi  $J$  là giao điểm của  $KD$  và  $(O)$ , ( $J \neq K$ ). Chứng minh  $\widehat{BJL} = \widehat{BDE}$
- c. Gọi  $I$  là giao điểm của  $BJ$  và  $ED$ . Chứng minh tứ giác  $ALIJ$  nội tiếp và  $I$  là trung điểm của  $ED$ .

*(Đề thi Toán vào 10 TP. Hồ Chí Minh 2019 - 2020)*

**Giáo viên: Trần Tuấn Việt**