

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
NGUYÊN LÝ BẤT BIẾN

Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:**Ngày học:**

Câu 6. Thầy giáo viết lên bảng các số từ 1 đến 2023 và yêu cầu học sinh trong lớp lần lượt lên bảng xóa đi 1 số rồi viết tổng các chữ số của số bị xóa cho đến khi trên bảng chỉ gồm các số có 1 chữ số. Hỏi khi đó, mỗi số 5 và 6 có bao nhiêu số ?

Câu 7. Cho các số 2,5,1,2,2,0,2,1 được viết trên 1 vòng tròn.

Ta thực hiện phép toán sau: Mỗi lần, cứ 2 số cạnh nhau ta cộng thêm 1 vào 2 số đó. Hỏi sau 1 số lần thực hiện thao tác trên, các số trên vòng tròn có thể đều bằng nhau được không?

Câu 8. Trên bảng cho các số 1;2;3;...;2023. Ta thực hiện xóa các số trên bảng theo quy tắc:

Mỗi lần xóa 2 số bất kỳ a, b (a,b là hai trong những số trên bảng) thì ta thay bởi số mới là $a + b - \frac{1}{2}.a.b$.

Sau mỗi lần xóa thì số các số trên bảng giảm đi một số. Quá trình cứ tiếp tục như vậy đến khi trên bảng chỉ còn lại 1 số, hỏi số còn lại trên bảng là số nào?

Câu 9. Trên bảng người ta viết 55 chữ số 1 và 9 chữ số 2 sau đó thực hiện trò chơi như sau:

Mỗi lần xóa hai số bất kỳ và viết một số mới bằng tích hai số đã xóa. Việc làm này thực hiện liên tục cho đến khi còn một số trên bảng. Hỏi số cuối cùng trên bảng còn lại là bao nhiêu? Tại sao?

Câu 10. Cô Quỳnh trồng được một cây khế thần có 99 quả chưa chín màu xanh và 1000 quả đã chín màu vàng. Một con chim Phượng đến ăn mỗi ngày hai quả khế và nói với cô: "Ăn một quả trả cục vàng, may túi ba gang đem đi mà đựng". Phượng đến ăn hai quả khế bất kỳ không phân biệt quả xanh và quả vàng. Nếu Phượng ăn một quả vàng và một quả xanh thì cây khế lại sinh ra một quả xanh. Nếu Phượng ăn hai quả vàng thì cây khế lại sinh ra một quả vàng. Nếu Phượng ăn hai quả xanh thì cây khế lại sinh cũng quả vàng. Hỏi có thể xảy ra trường hợp quả khế cuối cùng còn lại trên cây là màu vàng không?

Câu 11. Trên bảng cho các số $\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{2023}$. Ta thực hiện xóa các số trên bảng theo quy tắc:

Mỗi lần xóa 2 số bất kỳ a, b (a,b là hai trong những số trên bảng) thì ta thay bởi số mới là $a + b - 7.a.b$. Sau mỗi lần xóa thì số các số trên bảng giảm đi một số. Quá trình cứ tiếp tục như vậy đến khi trên bảng chỉ còn lại 1 số, hỏi số còn lại trên bảng là số nào?

Câu 12. Một hình tròn được chia thành 10 ô hình quạt với hai màu (đỏ và trắng xem kẽ). Trên mỗi ô người ta đặt 1 viên bi. Nếu ta cứ di chuyển các viên bi theo quy luật : mỗi lần lấy ở 2 ô bất kỳ mỗi ô 1 viên bi, chuyển sang ô liền kề theo chiều ngược nhau thì có thể chuyển tất cả các viên bi về cùng 1 ô hay không ?

Câu 13. (lớp 10- chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định). Có 2010 người xếp thành một vòng tròn, lúc đầu mỗi người cầm 1 chiếc kẹo. Mỗi bước chọn hai người có kẹo và thực hiện: Mỗi người chuyển 1 chiếc kẹo

qua người bên cạnh (về bên trái hoặc phải). Sau hữu hạn bước có thể xảy ra trường hợp tất cả số kẹo chuyển về một người hay không?

Câu 14. Một dãy gồm có 19 phòng. Ban đầu mỗi phòng có một người. Sau đó, cứ mỗi ngày có hai người nào đó chuyển sang hai phòng bên cạnh nhưng theo hai chiều ngược nhau, Hỏi sau một số ngày, có hay không trường hợp mà có 10 người ở phòng cuối.

Câu 15. Cho 100 dấu + và 100 dấu - ở trên bảng. Ta thực hiện thay dấu bằng cách như sau:

- Mỗi lần lấy 2 dấu để thay
- Nếu hai dấu cùng là +, hoặc cùng là - thì ta thay bởi 1 dấu +.
- Nếu hai dấu là + và - thì ta thay bởi 1 dấu -.

Thực hiện cho đến khi chỉ còn 1 dấu trên bảng. Hỏi dấu đó có thể là dấu nào?

Câu 16. Trên bảng ta viết 10 dấu cộng và 15 dấu trừ tại các vị trí bất kỳ. Ta thực hiện xóa 2 dấu bất kỳ trong đó và viết vào đó 1 dấu cộng nếu xóa 2 dấu giống nhau và 1 dấu trừ nếu xóa 2 dấu khác nhau. Hỏi trên bảng còn lại dấu gì nếu ta thực hiện thao tác trên 24 lần?

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
PHƯƠNG PHÁP PHẢN CHỨNG**

Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Nếu tổng của 99 số bằng 100 thì có ít nhất 1 số lớn hơn 1

Câu 2. Chứng minh rằng: Nếu tích của 3 số bất kì là một số dương thì trong 3 số có ít nhất một số dương.

Câu 3. Chứng minh rằng không tồn tại các số nguyên m và n : $m^2 - n^2 = 2002$

Câu 4. Đặt các số 1, 2, 3...25 trên một vòng tròn theo thứ tự tùy ý. Chứng minh rằng luôn có 3 số liên tiếp có tổng lớn hơn hoặc bằng 39.

Câu 5. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì $A = n^2 + 11n + 39$ không chia hết cho 49 .

Câu 6. Cho một cửa hàng bán 105 thùng sơn gồm bốn màu đỏ, nâu, vàng, trắng. Chứng minh rằng ta luôn có thể mua được 27 thùng sơn cùng màu.

Câu 7. Cho các số tự nhiên $a_1, a_2, \dots, a_{2000}$ thỏa mãn: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2000}} = 1$

Chứng minh rằng có ít nhất một số trong các số $a_1, a_2, \dots, a_{2000}$ là số chẵn

Câu 8. Cho $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản với b khác d . Chứng minh rằng $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ không thể là số nguyên.

Câu 9. Chứng minh rằng với mỗi số nguyên a, b, c ta luôn tìm được số nguyên dương n sao cho $f(n) = n^3 + an^2 + bn + c$ không phải số chính phương.

Câu 10. Chứng minh rằng: Nếu $x, y \in \mathbb{R}$ với $x \neq -1$ và $y \neq -1$ thì $x + y + xy \neq -1$.

Câu 11. Từ những chữ số 1,2,3,4,5,6,7 ta lập thành các số có 7 chữ số khác nhau. Chứng minh rằng trong các số tạo thành không có bất kì số nào chia hết cho những số còn lại.

Câu 12. Cho 6 số tự nhiên khác 0 nhỏ hơn 108 . Chứng minh rằng: có thể chọn được ba trong 6 số đó chẳng hạn a, b, c sao cho $a < bc, b < ca$ và $c < ab$.

Giáo viên: Bùi Minh Mẫn