

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6**  
**HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ**  
**Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2**

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Ca 1:**

**Câu 18.** Có 21 tách uống trà đặt trên mặt bàn. Lúc đầu các tách uống trà đều được đặt ngửa lên.

Giả sử mỗi lần người ta làm cho 2 tách trong chúng lật ngược lại. Hỏi sau một số lần như vậy, có thể làm cho tất cả các tách đều úp xuống được không?

HD:

Lúc đầu có 21 tách úp.

Mỗi lần thay đổi, số lượng li lật là 2, tương ứng với 2 li úp. Tức tổng số li úp thay đổi một lượng chẵn.

Do đó sau bao nhiêu lần làm theo quy tắc **thì li úp luôn cùng tính chẵn lẻ với số lượng li úp ban đầu** (ban đầu 0 li up là số chẵn).

Vậy Sau cùng số lượng li úp luôn là chẵn, do đó ko thể là 21 (lẻ).

**Câu 21.** Trên bảng viết các số 1, 2, . . . , 1000. Ở mỗi bước cho phép thay một số bằng tổng các chữ số của nó. Quá trình dừng lại khi có toàn các số có một chữ số. Hỏi số các số 1 còn lại trên bảng nhiều hơn hay số các số 2 còn lại trên bảng nhiều hơn?

HD:

Nếu chúng ta viết tất cả các số trên bảng theo modulo 9 thì các số này sẽ là bất biến trong các phép biến đổi. Do số các số đồng dư 1 mod 9 nhiều hơn số các số đồng dư 2 mod 9 trong tập  $\{1, \dots, 1000\}$ , số các số 1 còn lại trên bảng sẽ nhiều hơn số số 2 còn lại trên bảng.

**Ca 2:**

**Câu 7.** Có tồn tại hay không một cách điền các số  $0, 1, 2, 3, \dots, 9$  vào các đỉnh của một đa giác 10 đỉnh sao cho hiệu hai số ở hai đỉnh kề nhau chỉ có thể nhận một trong các giá trị sau:  $-5, -4, -3, 3, 4, 5$ .

HD :

Giả sử có một cách ghi thỏa đề bài.

Khi đó ta thấy rằng các số  $0, 1, 2, 8, 9$  không thể đứng cạnh nhau đôi một. Hơn nữa có đúng 10 số, vậy các số còn lại sẽ đứng xen kẽ giữa các số này.

Khi đó xét số 7, ta thấy số 7 chỉ có thể đứng bên cạnh số 2 trong các số  $\{0, 1, 2, 8, 9\}$ , mâu thuẫn.

Vậy không tồn tại cách ghi thỏa đề bài.

**Câu 11.** Cho  $n$  là số tự nhiên khác 0,  $a$  là ước nguyên dương của  $2n^2$ . Chứng minh rằng  $n^2 + a$  không thể là số chính phương.

HD:

Giả sử  $n^2 + a = x^2$  (1) với  $x \in \mathbb{Z}$ . Do  $a$  là ước nguyên dương của  $2n^2$  nên  $2n^2 = ka, k \in \mathbb{N}^*$

$$\text{Khi đó } x^2 = n^2 + a = n^2 + \frac{2n^2}{k} \Rightarrow \left(\frac{kx^2}{n}\right) = k^2 + 2k \in \mathbb{N}^*$$

Vậy  $k^2 + 2k$  là số chính phương. Điều này vô lý.

Megamath