

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

NGUYÊN LÝ BẮT BIẾN (tiếp)

Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:**Ngày học:**

Câu 13. (lớp 10- chuyên Lê Hồng Phong- Nam Định). Có 2010 người xếp thành một vòng tròn, lúc đầu mỗi người cầm 1 chiếc kẹo. Mỗi bước chọn hai người có kẹo và thực hiện: Mỗi người chuyển 1 chiếc kẹo qua người bên cạnh (về bên trái hoặc phải). Sau hữu hạn bước có thể xảy ra trường hợp tất cả số kẹo chuyển về một người hay không?

Câu 14. Một dãy gồm có 19 phòng. Ban đầu mỗi phòng có một người. Sau đó, cứ mỗi ngày có hai người nào đó chuyển sang hai phòng bên cạnh nhưng theo hai chiều ngược nhau, Hỏi sau một số ngày, có hay không trường hợp mà có 10 người ở phòng cuối.

Câu 16. Trên bảng ta viết 10 dấu cộng và 15 dấu trừ tại các vị trí bất kỳ. Ta thực hiện xóa 2 dấu bất kỳ trong đó và viết vào đó 1 dấu cộng nếu xóa 2 dấu giống nhau và 1 dấu trừ nếu xóa 2 dấu khác nhau. Hỏi trên bảng còn lại dấu gì nếu ta thực hiện thao tác trên 24 lần?

Câu 17. Có 51 quân bài đang đặt sấp. Mỗi lượt người ta thay đổi vị trí sấp - ngửa của 6 quân bài. Hỏi có thể xảy ra tất cả 51 quân bài đều ngửa hay không?

Câu 18. Có 21 tách uống trà đặt trên mặt bàn. Lúc đầu các tách uống trà đều được đặt ngửa lên.

Giả sử mỗi lần người ta làm cho 2 tách trong chúng lật ngược lại. Hỏi sau một số lần như vậy, có thể làm cho tất cả các tách đều úp xuống được không?

Câu 19. Xét một bảng vuông 4×4 ô. Tại mỗi ô của bảng vuông có chứa dấu + hoặc dấu - Mỗi một lần thực hiện, cho phép đổi dấu của tất cả các ô trên cùng một hàng hoặc cùng một cột. Giả sử bảng vuông ban đầu có 1 dấu + và 15 dấu -. Hỏi có thể đưa bảng ban đầu về bảng có toàn dấu cộng được không?

Câu 20. Các số $1, 2, \dots, 2023$ được viết trên bảng đen. Ta xóa hai số tùy ý và thay vào đó viết phần dư của tổng hai số đó khi chia cho 13. Lặp lại phép tính này cho đến khi trên bảng chỉ còn một số. Tìm số đó.

Câu 21. Trên bảng viết các số $1, 2, \dots, 1000$. Ở mỗi bước cho phép thay một số bằng tổng các chữ số của nó. Quá trình dừng lại khi có toàn các số có một chữ số. Hỏi số các số 1 còn lại trên bảng nhiều hơn hay số các số 2 còn lại trên bảng nhiều hơn?

Câu 22. Giả sử n là 1 số lẻ ta viết lên bảng các số từ 1 đến $2n$, sau đó chọn ra 2 số bất kỳ a và b và viết lại 1 số bằng $a-b$ hoặc $b-a$. Chứng minh rằng số cuối cùng còn lại trên bảng là 1 số lẻ.

Câu 23. Có ba đồng sỏi gồm những viên sỏi nhỏ có số lượng tương ứng là 19,8 và 9 (viên sỏi). Ta được phép chọn hai đồng sỏi và chuyển một viên sỏi của những đồng sỏi đã chọn sang đồng sỏi thứ ba. Sau một số lần làm như vậy thì có khả năng tạo ra mọi đồng sỏi đều có 12 viên sỏi hay không?

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
PP PHẢN CHỨNG

Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho các số a, b, c thỏa các điều kiện:
$$\begin{cases} a+b+c > 0 \\ ab+bc+ca > 0. \\ abc > 0 \end{cases}$$
 CMR cả 3 số a, b, c đều dương.

Câu 2. An có 13 hộp bi mà tổng số bi trong ba hộp bất kỳ là một số lẻ. Hỏi tổng số bi trong cả 13 hộp có là một số lẻ không? Vì sao?

Câu 3. Nếu $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ là một hoán vị tùy ý của các số $1, 2, \dots, n$ với n là số lẻ, thì tích $(a_1 - 1)(a_2 - 2) \dots (a_n - n)$ là số chẵn.

Câu 4. Tích của 34 số nguyên cho trước bằng 1. Chứng minh rằng tổng của chúng không thể bằng 0.

Câu 5. Cho 6 số tự nhiên khác nhau, khác 0 và nhỏ hơn 108. Chứng minh rằng: có thể chọn được ba trong 6 số đó chẳng hạn a, b, c sao cho $a < bc, b < ca$ và $c < ab$.

Câu 6. Chứng minh có vô số số nguyên tố.

Câu 7. Có tồn tại hay không một cách điền các số $0, 1, 2, 3, \dots, 9$ vào các đỉnh của một đa giác 10 đỉnh sao cho hiệu hai số ở hai đỉnh kề nhau chỉ có thể nhận một trong các giá trị sau: $-5, -4, -3, 3, 4, 5$.

Câu 8. Điền các số $1, 2, 3, \dots, 121$ vào một bảng ô vuông kích thước 11×11 sao cho mỗi ô chứa một số. Tồn tại hay không một cách điền sao cho hai số tự nhiên liên tiếp sẽ được điền vào hai ô có chung một cạnh và các tất cả các số chính phương thì nằm trong cùng một cột?

Cả 50 và 60 đều không chia hết cho 11, mâu thuẫn. Vậy không tồn tại cách điền số thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 9. Cho A và B là các tập phân biệt và hợp của A và B là tập các số tự nhiên. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n tồn tại các số phân biệt $a, b > n$ sao cho $a, b, a+b \subset A$ hoặc $a, b, a+b \subset B$.

Câu 10. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng nếu $a+b+c > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ thì có một và chỉ một trong ba số a, b, c lớn hơn 1.

Câu 11. Cho n là số tự nhiên khác 0, a là ước nguyên dương của $2n^2$. Chứng minh rằng $n^2 + a$ không thể là số chính phương.

Câu 12. Chứng minh rằng với mỗi số nguyên a, b, c ta luôn tìm được số nguyên dương n sao cho $f(n) = n^3 + an^2 + bn + c$ không phải số chính phương.

Giáo viên: Bùi Minh Mẫn