

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Câu 9.

1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm BC, D là điểm thuộc đoạn BM (D khác B và M). Kẻ các đường thẳng BH, CI lần lượt vuông góc với đường thẳng AD tại H và I. Chứng minh rằng:

a) $BH = AI$

b) Tính góc AIM.

2) Cho tam giác ABC có góc $\widehat{A} = 90^\circ$. Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Chứng minh rằng $AB + AC < BC + AH$.

HD:

1) a) ΔABC vuông cân tại A $\Rightarrow AB = AC$

Xét ΔABH và ΔCAI lần lượt vuông tại H và I có:

$$AB = AC \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{BAH} = \widehat{ACI} \text{ (cùng phụ với } \widehat{DAC} \text{)}$$

$$\Rightarrow \Delta ABH = \Delta CAI \text{ (cạnh huyền - góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow BH = AI \text{ (hai cạnh tương ứng) (đpcm)}$$

b) ΔABC cân tại A có M là trung điểm BC

$$\Rightarrow \begin{cases} AM \perp BC \\ AM = MC \end{cases} \text{ và } \widehat{BAM} = \widehat{CAM} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BAH} + \widehat{HAM} = \widehat{ACI} + \widehat{ICM} \Rightarrow \widehat{HAM} = \widehat{ICM} \text{ (vì } \widehat{BAH} = \widehat{ACI} \text{ - chứng minh trên)}$$

$$\Delta ABH = \Delta CAI \text{ (cmt)} \Rightarrow HA = IC \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

Xét ΔHAM và ΔICM có:

$$HA = IC \text{ (cmt)}$$

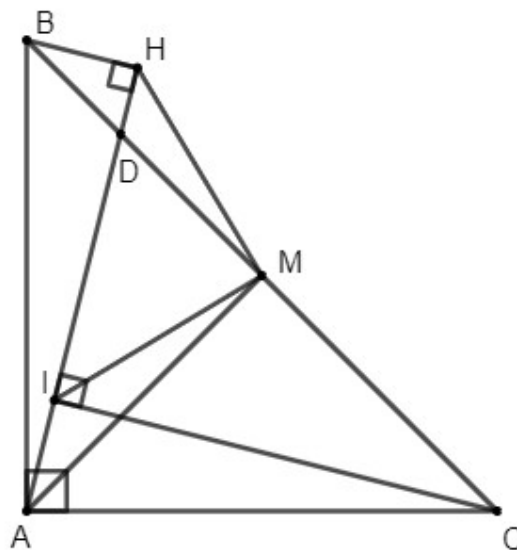
$$\widehat{HAM} = \widehat{ICM} \text{ (cmt)}$$

$$AM = CM \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \Delta HAM = \Delta ICM \text{ (c-g-c)} \Rightarrow \widehat{HMA} = \widehat{IMC} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\Rightarrow \widehat{HMI} + \widehat{IMA} = \widehat{IMA} + \widehat{AMC} \Rightarrow \widehat{HMI} = \widehat{AMC} = 90^\circ$$

$$\text{Và } \Delta HAM = \Delta ICM \text{ (cmt)} \Rightarrow HM = IM \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$



$\Rightarrow \Delta HIM$ vuông cân tại $M \Rightarrow \widehat{HIM} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{MIC} = \widehat{HIC} - \widehat{HIM} = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

Khi đó ta có: $\widehat{AIM} = \widehat{AIC} + \widehat{MIC} = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$

2) Lấy $D \in BC$ sao cho $AC = CD$. Hạ $DE \perp AB$

ΔACD cân tại $C \Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{CDA}$

$$\text{Mà } \begin{cases} \widehat{CAD} + \widehat{DAE} = 90^\circ \\ \widehat{CDA} + \widehat{DAH} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{DAE} = \widehat{DAH}$$

Xét ΔADH và ΔADE lần lượt vuông tại H và E có:

AD : cạnh chung

$$\widehat{DAH} = \widehat{DAE} \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow \Delta ADH = \Delta ADE$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow AH = AE$ (hai cạnh tương ứng)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AC = CD \\ AE = AH \Rightarrow AC + AE + EB < CD + AH + DB \Rightarrow AC + AB < AH + BC \text{ (đpcm)} \\ EB < DB \end{cases}$$

