

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
TUYỂN CHỌN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI (Tiếp)
Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1.

a) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $x + y + z = 2$; $xyz = -1$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 18$.

Tính giá trị của $S = \frac{1}{xy + z - 1} + \frac{1}{yz + x - 1} + \frac{1}{zx + y - 1}$

b) Giải phương trình $x^4 - 5x^2 + 6x - 5 = 0$

(Thanh Ba – Phú Thọ 2022 – 2023)

Câu 2. Sáu điểm phân biệt thuộc một hình chữ nhật có độ dài các cạnh là 3cm, 4cm (các điểm này có thể nằm trong hoặc trên cạnh của hình chữ nhật). Chứng minh rằng luôn tồn tại hai điểm trong sáu điểm này mà bình phương khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn hoặc bằng 5.

(Thanh Chương – Nghệ An 2022 – 2023)

Câu 3. Chứng minh rằng không tồn tại số nguyên n thỏa mãn $(2014^{2014} + 1)$ chia hết cho $n^3 + 2012n$

(Chí Linh – Hải Dương 2022 – 2023)

Câu 4. Tất cả các điểm trên mặt phẳng đều được tô màu, mỗi điểm được tô bởi một trong ba màu xanh, đỏ, tím. Chứng minh rằng khi đó luôn tồn tại ít nhất một tam giác cân, có ba đỉnh thuộc các điểm của mặt phẳng mà 3 đỉnh đó cùng màu hoặc đôi một khác màu

(Diễn Châu – Nghệ An 2022 – 2023)

Câu 5. Cho a, b, c là các số thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$S = \frac{1}{(a+1)^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{(b+1)^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{(c+1)^2 + a^2 + 1}$$

(Ba Vì – Hà Nội 2022 – 2023)

Câu 6. $n \geq 2$ và $p \in P : \begin{cases} p-1 : n \\ n^3-1 : p \end{cases}$

CMR: $n + p$ là số chính phương.

Câu 7. Nếu $2n = a^2 + bc$. CMR: $n = c^2 + d^2$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$)

Câu 8. Cho $a, b, c \geq 0 : a + b + c \geq 3$.

Tìm Max $Q = \frac{1}{a^2 + b + c} + \frac{1}{b^2 + c + a} + \frac{1}{c^2 + a + b}$

Câu 9. $a + b \geq 1$ và $a > 0$. Tìm Min : $T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2$.

Câu 10. Cho $a, b, c > 0$. CMR: $\frac{2ab}{a+b} + \frac{2bc}{b+c} + \frac{2ca}{c+a} \leq a + b + c$

Câu 11. $x, y, z > 0$: $\frac{1}{\left(1 + \frac{y}{x}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{y}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{z}{x}}$. CMR: $x = y = z$.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**Chủ đề: BỔ ĐỀ HÌNH THANG**

Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho tứ giác ABCD có M là trung điểm CD, N là trung điểm CB. Biết AM, AN cắt BD thành ba đoạn bằng nhau. Chứng minh rằng ABCD là hình bình hành.

Câu 2. Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn, trực tâm H, một đường thẳng qua H cắt AB, AC thứ tự tại P, Q sao cho $HP = HQ$. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh: $HM \perp PQ$.

Câu 3. Cho hình chữ nhật ABCD có M, N thứ tự là trung điểm của AD, BC. Gọi E là một điểm bất kỳ thuộc tia đối của tia DC, K là giao điểm của EM và AC. Chứng minh rằng: NM là tia phân giác của \widehat{KNE} .

Câu 4. Trên cạnh $BC = 6\text{cm}$ của hình vuông ABCD lấy điểm E sao cho $BE = 2\text{cm}$. Trên tia đối của tia CD lấy điểm F sao cho $CF = 3\text{cm}$. Gọi M là giao điểm của AE và BF. Chứng minh AM vuông góc với MC.

Câu 5. Cho tứ giác ABCD. Qua điểm E thuộc AB, H thuộc AC vẽ các đường thẳng song song với BD, cắt các cạnh còn lại của tứ giác tại F, G

a) Có thể kết luận gì về các đường thẳng EH, AC, FG

b) Gọi O là giao điểm của AC và BD, cho biết $OB = OD$. Chứng minh rằng ba đường thẳng EG, FH, AC đồng quy

Câu 6. Cho tam giác ABC có H là trực tâm. Điểm P, Q thuộc AB, AC sao cho: $\angle BHP = \angle CHQ = 90^\circ$. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh: $HM \perp PQ$.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$). Vẽ đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia đối của tia BC lấy điểm K sao cho $KH = HA$. Qua K kẻ đường thẳng song song với AH, cắt đường thẳng AC tại P.

a) Chứng minh: Tam giác AKC đồng dạng với tam giác BPC.

b) Gọi Q là trung điểm của BP. Chứng minh: tam giác BHQ đồng dạng với tam giác BPC.

c) Tia AQ cắt BC tại I. Chứng minh: $\frac{AH}{HB} - \frac{BC}{IB} = 1$

Câu 8. Cho tam giác ABC cân tại A. Điểm D nằm trong góc BAC, điểm E thuộc nửa mặt phẳng bờ

AC không chứa B sao cho: $\angle ABD = \angle ACE = 90^\circ$. Gọi DE cắt BC tại I. Chứng minh: $\frac{ID}{IE} = \frac{BD}{CE}$.

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn