

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
TƯƠNG GIAO – BẤT ĐẲNG THỨC

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

TƯƠNG GIAO

Câu 1. Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 10mx - 9m$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 - (10m - 1)x_1 + 9m - 9x_2 = 0$

Câu 2. Tìm m để phương trình $x^2 + 2x + m - 5 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$x_2^2 - 2x_1 + m^2 - 11m + 26 = 0$$

Câu 3. Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 2x + 5m$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2^2 - x_1(5m + 3x_2) = 10115$

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + 2m = 0$ (m là tham số). Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = x_1^2 + 2(m + 1)x_2 + 4x_1x_2$

Câu 5. Cho phương trình $x^2 - 4x + m - 5 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 - 1)(x_2^2 - 3x_2 + m - 6) = -3$

Câu 6. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + m$ (x là ẩn, m là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) với đường thẳng (d) khi $m = 4$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ thỏa mãn $x_1x_2 + y_1y_2 = 5$.

Câu 7. Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2mx - 1$ với m là tham số.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$.

b) Chứng minh rằng với mỗi giá trị của $m, (d)$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi y_1, y_2 là tung độ của A, B. Tìm m sao cho $|y_1^2 - y_2^2| = 3\sqrt{5}$.

BẤT ĐẲNG THỨC

Câu 1. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $(x + 1)(y + 1) = 4$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{3 + x^2}} + \frac{y}{\sqrt{3 + y^2}}$

Câu 2. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x^2 \geq y^2 + z^2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $p = \frac{1}{x^2}(y^2 + z^2) + x^2\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) + 2018$.

Câu 3. Cho $x, y > 0$ và $x + y \leq \frac{4}{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

Câu 4. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c \geq 3$. Chứng minh:

$$A = \frac{a^2}{a + \sqrt{bc}} + \frac{b^2}{b + \sqrt{ac}} + \frac{c^2}{c + \sqrt{ab}} \geq \frac{3}{2}.$$

Câu 5. Cho $a, b, c > 0, a + b + c = 6$. Tìm GTLN của biểu thức:

$$S = \sqrt{a^2 + 4ab + b^2} + \sqrt{b^2 + 4cb + c^2} + \sqrt{c^2 + 4ac + a^2}.$$

Câu 6. Với các giá trị của m để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 9 = 0$ có nghiệm, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(m+2)(m^2 - 2m + 4)}{m}$.

Câu 7. Cho a, b là các số thực dương làm cho phương trình $x^2 - 2(a-2b)x + a^2 + b^2 = 0$ có nghiệm.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{ab}{a^2 - 2ab + 3b^2}$.

Câu 8. Cho x, y, z là ba số thực thỏa mãn điều kiện: $x(x-1) + y(y-1) + z(z-1) \leq \frac{4}{3}$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P biết $P = x + y + z$.

Câu 9. Cho $a, b > 0$ và $a^2 + b^2 + 6ab \leq 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{3}{ab} + ab.$$

Câu 10. Cho $x, y, z > 1$ thỏa mãn $x + y + z = 6$. Tìm GTNN của

$$P = \frac{(x+1)^2}{y-1} + \frac{(y+1)^2}{z-1} + \frac{(z+1)^2}{x-1}.$$

Câu 11. Cho $x, y, z > 0$ và $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 3$. Tìm GTNN của biểu thức: $P = \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{z}} + \frac{z}{\sqrt{x}}$.

Câu 12. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức: $A = x^2 + y^2$.

Câu 13. Cho a, b là các số không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 \leq 2$. Chứng minh rằng:

$$a\sqrt{3a(a+2b)} + b\sqrt{3b(b+2a)} \leq 6.$$

Câu 14. Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{\sqrt{3a^2+8b^2+14ab}} + \frac{b^2}{\sqrt{3b^2+8c^2+14bc}} + \frac{c^2}{\sqrt{3c^2+8a^2+14ca}} \geq \frac{a+b+c}{5}.$$

Câu 15. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{1+xy} + \frac{1}{1+yz} + \frac{1}{1+zx}.$$

Câu 16. Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh $\frac{1}{a^2+bc} + \frac{1}{b^2+ac} + \frac{1}{c^2+ab} \leq \frac{a+b+c}{2abc}$.

Câu 17. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z \geq 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} + \frac{y^3+z^3}{y^2+z^2} + \frac{z^3+x^3}{z^2+x^2}.$$

Câu 18. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $x + y + xy = \frac{7}{2}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 4y^2 + 4xy$.

Câu 19. Cho các số thực dương x, y là những số thực thỏa mãn: $x + y + xy = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

Câu 20. Cho hai số dương a, b thỏa điều kiện: $a + b = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \left(1 - \frac{4}{a^2}\right) \left(1 - \frac{4}{b^2}\right).$$

Câu 21. Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $xy + yz + zx = 674$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x}{x^2 - yz + 2022} + \frac{y}{y^2 - zx + 2022} + \frac{z}{z^2 - xy + 2022} \geq \frac{1}{x + y + z}.$$

Giáo viên: Trần Ngọc Hà