

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học trực tiếp - 18h - 21h - Tối thứ 4 - 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

Câu 1 (2 điểm): 1) Tính: $(2\sqrt{3} + \sqrt{5})\sqrt{3} - \sqrt{60}$

2) Chứng minh đẳng thức $\left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}\right)\left(1 - \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}\right) = 1 - x$ với $x \geq 0; x \neq 1$

3) Cho biểu thức $M = \frac{2 - 5\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 3}$, so sánh M và \sqrt{M}

HD:

1) Ta có: $(2\sqrt{3} + \sqrt{5})\sqrt{3} - \sqrt{60} = 6 = \sqrt{15} - 2\sqrt{15} = 6$

2) Ta có: $\left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}\right)\left(1 - \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}\right) = \left[1 + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}}\right]\left[1 - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-1})}{\sqrt{x-1}}\right] = (1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x}) = 1 - x$

3) ĐKXD: $\begin{cases} a \geq 0 \\ M \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ 2 - 5\sqrt{a} \geq 0 \end{cases}$ (vì $\sqrt{a} + 3 > 0 \forall a \geq 0$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ \sqrt{a} \leq \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{4}{25}$$

Khi $0 \leq a \leq \frac{4}{25}$ ta có: $M = \frac{2 - 5\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 3} = \frac{17 - 5(\sqrt{a} + 3)}{\sqrt{a} + 3} = \frac{17}{\sqrt{a} + 3} - 5 \leq \frac{17}{3} - 5 = \frac{2}{3} < 1$

$\Rightarrow M - 1 < 0 \Leftrightarrow M(M - 1) < 0 \Leftrightarrow M^2 - M < 0 \Leftrightarrow M^2 < M \Leftrightarrow M < \sqrt{M}$

Câu 2 (2,5 điểm):

1) **Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:**

Một ô tô đi từ A đến B và dự định đi đến B lúc 13 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời gian xe xuất phát từ A.

2) Một tháp nước có bể chứa là một hình cầu, đường kính bên trong của bể đo được là 6 mét. Người ta dự tính lượng nước đựng đầy trong bể đủ dùng cho một khu dân cư trong 5 ngày. Cho biết khu dân cư đó có 1304 người. Hỏi người ta đã dự tính mức bình quân mỗi người dùng bao nhiêu lít nước trong một ngày? (Lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

HD:

1) Gọi độ dài quãng đường AB là $x(km)(x > 0)$

Nếu xe chạy với vận tốc $35km/h$ thì thời gian xe đi là $\frac{x}{35}(h)$

Nếu xe chạy với vận tốc $50km/h$ thì thời gian xe đi là $\frac{x}{50}(h)$

Nếu xe chạy với vận tốc $35 km/h$ thì đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc $50 km/h$ thì đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định

$$\Rightarrow \frac{x}{35} - \frac{x}{50} = 3 \Leftrightarrow x \left(\frac{1}{35} - \frac{1}{50} \right) = 3 \Leftrightarrow \frac{3}{350}x = 3 \Leftrightarrow x = 350(km) \text{ (thỏa mãn)}$$

Thời gian xe đi theo dự định là: $\frac{350}{35} - 2 = 8(h)$

Thời gian xe xuất phát từ A là: $13 - 8 = 5$ (giờ)

2) Thể tích bể nước hình cầu là: $V_1 = \frac{1}{6}\pi d^3 = \frac{1}{6}\pi \cdot 6^3 = 113,04(m^3)$

Trong một ngày khu dân cư cần cấp: $V_2 = \frac{113,04}{5} = 22,608(m^3)$

Trung bình một ngày mỗi người dùng: $V_3 = \frac{22,608}{1570} = 0,0144(m^3) = 14,4(l)$

Câu 3 (2 điểm): 1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} |x| + \frac{1}{y-1} = 3 \\ 2|x| - \frac{1}{y-1} = 0 \end{cases}$$

2) Giải phương trình: $\frac{x^2-3}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = 0$

3) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng (d): $y = \frac{3}{2}x + 2m - 1$ cắt parabol (P) $y = -\frac{1}{2}x^2$ tại điểm

khác gốc tọa độ và có hoành độ gấp đôi tung độ.

HD:

1) ĐKXD: $y \neq 1$

$$\begin{cases} |x| + \frac{1}{y-1} = 3 \\ 2|x| - \frac{1}{y-1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| + \frac{1}{y-1} + 2|x| - \frac{1}{y-1} = 3 + 0 \\ \frac{1}{y-1} = 3 - |x| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3|x| = 3 \\ \frac{1}{y-1} = 3 - |x| \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x| = 1 \\ \frac{1}{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y - 1 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

2) ĐKXD: $x \neq \pm 1$

$$\frac{x^2-3}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-3}{(x-1)(x+1)} + \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} + \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-3+x-1+x+1}{(x-1)(x+1)} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow x^2-x+3x-3=0 \Leftrightarrow x(x-1)+3(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+3)=0 \Leftrightarrow x+3=0 \text{ (vì } x-1 \neq 0 \forall x \neq \pm 1) \Leftrightarrow x=-3$$

3) Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{3}{2}x + 2m - 1 = -\frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 4m - 2 = 0$ (1)

Để (d) cắt (P) tại điểm khác gốc tọa độ thì phương trình (1) phải có nghiệm khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ 0^2 + 3 \cdot 0 + 4m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17 - 16m \geq 0 \\ 4m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{17}{16} \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Gọi giao điểm của (d) và (P) là $A(2k; k) (k \in \mathbb{R}; k \neq 0)$

$$A \in (P) \Leftrightarrow k = -\frac{1}{2}(2k)^2 \Leftrightarrow k = -2k^2 \Leftrightarrow 2k^2 + k = 0 \Leftrightarrow k(2k+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \text{ (ktm)} \\ k = -\frac{1}{2} \text{ (tm)} \end{cases}$$

$$k = -\frac{1}{2} \Rightarrow A\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$$

$$A \in (d) \Leftrightarrow -\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot (-1) + 2m - 1 \Leftrightarrow 2m - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2m = 2 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Câu 4 (3 điểm): Cho tam giác ABC ($AB > AC$) nhọn nội tiếp đường tròn (O; R), hai đường cao BE và CF của tam giác cắt nhau tại H.

1) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp được đường tròn.

2) Tia AH cắt BC tại I và cắt đường tròn (O) ở K, kẻ đường kính AD. Gọi M là giao điểm của BC và HD, L là hình chiếu của B trên AD. Chứng minh $\widehat{LMB} = 2\widehat{CBE}$ và ba điểm E, M, L thẳng hàng.

3) Tiếp tuyến tại D của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại N, tia NO cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh O là trung điểm của PQ.

HD: Chứng minh O là trung điểm của PQ.

HD:

1) Vì BE, CF là đường cao của ΔABC nên $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$

$\Rightarrow BCEF$ là tứ giác nội tiếp.

2) Vì $\begin{cases} BE \perp AC \\ CD \perp AC \end{cases}$ (do $D \in (O)$) nên $BE \parallel CD \Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{BCD}$ (hai góc so le trong)

Tương tự $BD \parallel CF$

Suy ra tứ giác $BHCD$ là hình bình hành $\Rightarrow BC, HD$ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

$\Rightarrow M$ là trung điểm của BC, HD

Mà O là trung điểm của $AD \Rightarrow OM$ là đường trung bình của ΔADH

$\Rightarrow OM \parallel AH$

Vì BE, CF cắt nhau tại H nên H là trực tâm ΔABC

$\Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow OM \perp BC \Rightarrow \widehat{BMO} = 90^\circ$

Mà $\widehat{BLO} = 90^\circ$ (vì $LB \perp AD$) nên $BLMO$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{LMB} = \widehat{LOB} = 2\widehat{BCD} \Rightarrow \widehat{LMB} = 2\widehat{CBE}$ (đpcm)

Nhận thấy tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn tâm M

$\Rightarrow \widehat{CME} = 2\widehat{CBE} \Rightarrow \widehat{LMB} = \widehat{CME}$

Mà hai góc này ở vị trí đối đỉnh $\Rightarrow E, M, L$ thẳng hàng

3) Qua B kẻ đường thẳng song song với PQ cắt AD tại S, AC tại T

$\Rightarrow \widehat{CNQ} = \widehat{SBM}$ (hai góc đồng vị)

Tứ giác $OMDN$ có $\widehat{OMN} = \widehat{ODN} = 90^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{CNQ} = \widehat{MDS} \Rightarrow \widehat{MDS} = \widehat{SBM} \Rightarrow SMDB$ là tứ giác nội tiếp

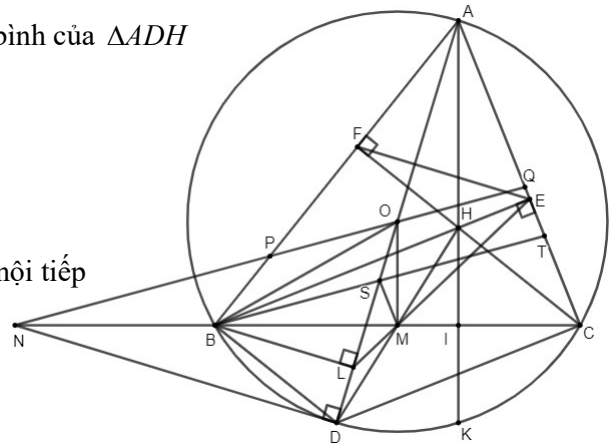
$\Rightarrow \widehat{SDB} = \widehat{SMB} \Rightarrow \widehat{SMB} = \widehat{TCB}$ (vì $\widehat{SDB} = \widehat{TCB}$ - hai góc cùng chắn cung \widehat{AB})

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow MS \parallel CT$

ΔBCT có $MS \parallel CT, M$ là trung điểm $BC \Rightarrow S$ là trung điểm $BT \Rightarrow \frac{BS}{BT} = \frac{1}{2}$

Vì $PQ \parallel BT$ nên $\frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BT}$

Vì $OP \parallel BS$ nên $\frac{AP}{AB} = \frac{OP}{BS} \Rightarrow \frac{PQ}{BT} = \frac{OP}{BS} \Rightarrow \frac{OP}{PQ} = \frac{BS}{BT} \Rightarrow \frac{OP}{PQ} = \frac{1}{2} \Rightarrow O$ là trung điểm của PQ (đpcm)



Câu 5 (0,5 điểm): Sau dịp Tết Nguyên đán, hai anh em bạn Hoàng có được số tiền mừng tuổi là 3,5 triệu đồng; hai anh em nhờ mẹ gửi số tiền đó vào ngân hàng. Mẹ nói với Hoàng: “Sau hai năm nữa, các con sẽ được nhận về số tiền cả gốc và lãi là 4,235 triệu đồng”. Hỏi thời điểm Hoàng gửi tiền, lãi suất ngân hàng là bao nhiêu % trong một năm, biết rằng số tiền lãi sau năm thứ nhất sẽ được tính vào tiền gốc của năm thứ hai.

HD:

Gọi lãi suất ngân hàng là a ($a > 0$)

Số tiền lãi sau năm thứ nhất gửi là $3,5a$ (triệu đồng)

Số tiền đem gửi năm thứ hai là: $3,5 + 3,5a$ (triệu đồng)

Số tiền lãi sau năm thứ hai gửi là: $a(3,5 + 3,5a)$ (triệu đồng)

Sau hai năm nữa anh em Hoàng sẽ nhận về số tiền cả gốc và lãi là 4,235 triệu đồng

$$\Rightarrow a(3,5 + 3,5a) + 3,5a + 3,5 = 4,235 \Leftrightarrow 3,5a^2 + 7a - 0,735 = 0$$

$$\Delta_a = 7^2 - 4 \cdot 3,5 \cdot (-0,735) = 59,29$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-7 + \sqrt{59,29}}{2 \cdot 3,5} = 0,1(tm) \\ a = \frac{-7 - \sqrt{59,29}}{2 \cdot 3,5} = -2,1(ktm) \end{cases}$$

Vậy thời điểm Hoàng gửi tiền, lãi suất của ngân hàng là 0,1 hay 10%