

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**

**BÀI TẬP TỔNG HỢP (tiếp)**

Tài liệu lớp học zoom - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ .

- Chứng minh tứ giác  $BCEF$  nội tiếp.
- Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $BC$ ,  $K$  là điểm đối xứng của  $H$  qua  $I$ . Chứng minh ba điểm  $A, O, K$  thẳng hàng.
- Chứng minh  $AK \perp EF$ .
- Chứng minh rằng nếu tam giác  $ABC$  có  $\tan B \cdot \tan C = 3$  thì  $OH \parallel BC$ .

(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Bình Thuận 2019 - 2020)

**Bài 6.** Cho đường tròn  $(O)$  tâm  $O$ , đường kính  $AB$  và  $C$  là điểm nằm trên đoạn thẳng  $OB$  (với  $C \neq B$ ). Kẻ dây  $DE$  của đường tròn  $(O)$  vuông góc với  $AC$  tại trung điểm  $H$  của  $AC$ . Gọi  $K$  là giao điểm thứ hai của  $BD$  với đường tròn đường kính  $BC$ .

- Chứng minh tứ giác  $DHCK$  là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh  $CE$  song song với  $AD$  và ba điểm  $E, C, K$  thẳng hàng.
- Đường thẳng qua  $K$  vuông góc với  $DE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại hai điểm  $M$  và  $N$  (với  $M$  thuộc cung nhỏ  $\widehat{AD}$ ). Chứng minh  $EM^2 + DN^2 = AB^2$ .

(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Đà Nẵng 2019 - 2020)

**Bài 7.** Cho tam giác nhọn  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $M$  là một điểm di động trên cung nhỏ  $BC$  của đường tròn  $(O)$  ( $M$  không trùng với  $B, C$ ). Gọi  $H, K, D$  theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ  $M$  đến các đoạn thẳng  $AB, AC, BC$ .

- Chứng minh tứ giác  $AHMK$  nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh  $MH \cdot MC = MK \cdot MB$ .
- Tìm vị trí điểm  $M$  để  $DH + DK$  lớn nhất.

(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Vĩnh Phúc 2019 - 2020)

**Bài 8.** Từ một điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ , kẻ các tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn ( $B, C$  là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ  $BC$  lấy một điểm  $M$  bất kỳ khác  $B$  và  $C$ . Gọi  $I, K, P$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên các đoạn thẳng  $AB, AC, BC$ .

- a. Chứng minh  $AIMK$  là tứ giác nội tiếp.
- b. Chứng minh  $\widehat{MPK} = \widehat{MBC}$ .
- c. Xác định vị trí điểm  $M$  trên cung nhỏ  $BC$  để tích  $MI.MK.MP$  đạt giá trị lớn nhất.

*(Đề thi Toán vào 10 tỉnh Thanh Hóa 2019 - 2020)*

**Bài 9.** Qua điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn ( $O$ ) vẽ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  của đường tròn ( $B, C$  là hai tiếp điểm). Gọi  $E$  là trung điểm của đoạn  $AC, F$  là giao điểm thứ hai của  $EB$  với đường tròn ( $O$ ).

- a. Chứng minh : tứ giác  $ABOC$  là tứ giác nội tiếp, tam giác  $CEF$  đồng dạng với tam giác  $BEC$ .
- b. Gọi  $K$  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $AF$  với đường tròn ( $O$ ). Chứng minh  $BF.CK = BK.CF$
- c. Chứng minh  $AE$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABF$ .

**Bài 10.** Cho đường tròn ( $O$ ) ngoại tiếp tam giác nhọn  $ABC$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ  $AB$  và cung nhỏ  $BC$ . Hai dây  $AN$  và  $CM$  cắt nhau tại điểm  $I$ . Dây  $MN$  cắt các cạnh  $AB$  và  $BC$  lần lượt tại các điểm  $H$  và  $K$ .

- a. Chứng minh bốn điểm  $C, N, K, I$  cùng thuộc một đường tròn.
- b. Chứng minh  $NB^2 = NK.NM$ .
- c. Chứng minh tứ giác  $BHIK$  là hình thoi.
- d. Gọi  $P, Q$  lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MBK$ , tam giác  $MCK$  và  $E$  là trung điểm của đoạn  $PQ$ . Vẽ đường kính  $ND$  của đường tròn ( $O$ ). Chứng minh ba điểm  $D, E, K$  thẳng hàng.

*(Đề thi Toán vào 10 Hà Nội 2017 - 2018)*

**Bài 11.** Cho đường tròn ( $O; R$ ) với dây cung  $AB$  không đi qua tâm. Lấy  $S$  là một điểm bất kì trên tia đối của tia  $AB$  ( $S$  khác  $A$ ). Từ điểm  $S$  vẽ hai tiếp tuyến  $SC, SD$  với đường tròn ( $O; R$ ) sao cho điểm  $C$  nằm trên cung nhỏ  $AB$  ( $C, D$  là các tiếp điểm). Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

- a. Chứng minh năm điểm  $C, D, H, O, S$  thuộc đường tròn đường kính  $SO$ .
- b. Khi  $SO = 2R$ , hãy tính độ dài đoạn thẳng  $SD$  theo  $R$  và tính số đo  $\widehat{CSD}$ .
- c. Đường thẳng đi qua điểm  $A$  và song song với đường thẳng  $SC$ , cắt đoạn thẳng  $CD$  tại điểm  $K$ . Chứng minh tứ giác  $ADHK$  là tứ giác nội tiếp và đường thẳng  $BK$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $SC$ .

d. Gọi  $E$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BD$  và  $F$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $E$  trên đường thẳng  $AD$ . Chứng minh rằng, khi điểm  $S$  thay đổi trên tia đối của tia  $AB$  điểm  $F$  luôn thuộc một đường tròn cố định.

*(Đề thi Toán vào 10 Hà Nội 2018 - 2019)*

**Bài 12.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Hai đường cao  $BD$  và  $CE$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ . Đường thẳng  $AH$  cắt  $BC$  và  $(O)$  lần lượt tại  $F$  và  $K$  ( $K \neq A$ ). Gọi  $L$  là hình chiếu của  $D$  lên  $AB$ .

a. Chứng minh rằng tứ giác  $BEDC$  nội tiếp và  $BD^2 = BL \cdot BA$

b. Gọi  $J$  là giao điểm của  $KD$  và  $(O)$ , ( $J \neq K$ ). Chứng minh  $\widehat{BJL} = \widehat{BDE}$

c. Gọi  $I$  là giao điểm của  $BJ$  và  $ED$ . Chứng minh tứ giác  $ALIJ$  nội tiếp và  $I$  là trung điểm của  $ED$ .

*(Đề thi Toán vào 10 TP. Hồ Chí Minh 2019 - 2020)*

**Giáo viên: Trần Tuấn Việt**

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**

**LUYỆN TẬP TỔNG HỢP**

Tài liệu lớp học zoom - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho hai biểu thức  $A = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$  và  $B = \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+15}{x-9}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 4$

2) Chứng minh rằng  $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$

3) Cho  $P = A \cdot B$ . Tìm  $x$  để  $P \geq 1$ .

4) Tìm  $x$  nguyên để P nguyên.

**Câu 2.** Cho hai biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{2}{x+2\sqrt{x}}$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 9$ .

2) Chứng minh  $A \cdot B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ .

3) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P = A \cdot B + 4\sqrt{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 3.** Cho hai biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+1}$  và  $B = \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-x}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 16$ .

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các số thực  $x$  để biểu thức  $P = A \cdot B$  có giá trị nguyên.

**Câu 4.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{x+33}{\sqrt{x}-1}, N = \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{5}{x-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

1) Tính giá trị của biểu thức M khi  $x = 16$ .

2) Chứng minh  $N = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ .

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{M}{N}$

**Câu 5.** Cho hai biểu thức :  $M = \frac{x+15}{\sqrt{x}+3}; N = \left( \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-5}{x-9} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$  ( $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$ )

1) Tính giá trị của M khi  $x = 81$

2) Rút gọn biểu thức N

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = M + N$

**Câu 6.** Cho  $A = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+1}}$ ,  $B = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ , ĐK:  $x \geq 0, x \neq 4$

- a) Tính giá trị của A khi  $x = 25$ ;
- b) Rút gọn B;
- c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = A \cdot B$ .

**Câu 7.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d):  $y = -mx + 3$  và parabol (P):  $y = x^2$ .

- a) Chứng minh (d) luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi m.
- b) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
- c) Gọi  $x_1, x_2$  là các hoành độ giao điểm của (P) và (d). Tìm tất cả các giá trị của m để  $|x_1| - |x_2| = 2$  (với  $x_1 > x_2$ ).

**Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2mx + 1$ . Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 < x_2$  và  $|x_2| = |x_1| + 2022$ .

**Câu 9.** Cho parabol (P):  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx - m + \frac{1}{2}$ .

- a) Khi  $m = 3$ , tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).
- b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt đối xứng nhau qua trục tung.

**Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng

$$(d): y = (2m - 3)x - m^2 + 3m.$$

- a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là  $x_1, x_2$ .
- b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để  $|x_1| + |x_2| = 3$ .

**Câu 11.** Cho phương trình:  $x^2 - 4x + m + 5 = 0$ .

- a) Tìm giá trị tham số m để phương trình (1) có nghiệm
- b) Tìm giá trị tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm dương  $x_1, x_2$  thỏa mãn

$$x_1^2 + x_1x_2 + 2x_1 = 2x_2^2 - 4x_2$$

**Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) :  $y = x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = 3x + m^2 + 1$  (m là tham số).

- a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B.
- b) Tìm m để tổng khoảng cách từ điểm A và điểm B đến trục Oy bằng 5.