

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

NGUYỄN LÍ DIRICHLET

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

A. Lí thuyết

Nguyên lí Dirichle:

- + “Nhốt 7 con thỏ vào 3 chiếc lồng thì tồn tại **ít nhất** một chiếc lồng có từ 3 con thỏ trở lên”.
- + “Nhốt $n+1$ con thỏ vào n chiếc lồng thì bao giờ cũng có **ít nhất** một lồng chứa **ít nhất** 2 con thỏ”.
- + “Nhốt a con thỏ vào b chiếc lồng, với $a = b.q + r, (0 < r < b)$ thì tồn tại **ít nhất** một chiếc lồng có từ $q+1$ con thỏ trở lên”.

B. Bài tập

Câu 1. a) Chứng minh rằng trong 3 người bất kì, có ít nhất 2 người có cùng giới tính.

b) Không tính năm nhuận, chứng tỏ trong 366 người bất kì bao giờ cũng có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh.

c) Có 22 viên bi thả vào 3 thùng, chứng minh có ít nhất 1 thùng có từ 8 viên bi trở lên.

d) Chứng minh trong 8 số tự nhiên bất kì, có ít nhất 2 số khi chia cho 7 có cùng số dư (có hiệu chia hết cho 7).

e) Tổng quát: Trong $n+1$ số tự nhiên bất kì, luôn tồn tại hai số có hiệu chia hết cho n (có cùng số dư).

f) Cho đường thẳng xy và 3 điểm A, B, C (không thuộc đường thẳng xy). Chứng minh trong ba đoạn thẳng AB, BC, CA có ít nhất một đoạn thẳng không cắt đường thẳng xy .

g) Cho 3 số nguyên a, b, c . Chứng minh $(a+b)(b+c)(c+a)$ luôn chẵn.

Câu 2.

a) Một lớp học có 100 bạn tham gia, chứng minh rằng có ít nhất 9 người trong đó có cùng tháng sinh.

b) Cho 100 số tự nhiên tùy ý. Chứng minh tồn tại 10 số sao cho hiệu hai số bất kỳ đều chia hết cho 11.

c) Trong một lớp học có 30 học sinh, chứng minh trong số 30 học sinh đó ta sẽ tìm thấy ít nhất 2 học sinh có tên bắt đầu bằng chữ cái giống nhau.

Câu 3. a) Cho 5 điểm bất kì nằm trong tam giác đều ABC có cạnh là 2 đơn vị. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất hai điểm có khoảng cách không vượt quá 1 đơn vị.

b) Trong tam giác đều có cạnh bằng 4 (đơn vị độ dài) lấy 17 điểm. Chứng minh rằng trong 17 điểm đó có ít nhất hai điểm mà khoảng cách giữa chúng không vượt quá 1.

b) Cho tam giác ABC đều có diện tích là $4cm^2$; trong tam giác lấy 9 điểm. Chứng tỏ tồn tại ít nhất một tam giác (có 3 đỉnh là 3 trong 9 điểm ấy) có diện tích không vượt quá $1cm^2$.

d) Cho một hình chữ nhật kích thước $4.8(cm^2)$, trong hình đó lấy 65 điểm. Chứng minh tồn tại ít nhất một tam giác (có 3 đỉnh là 3 trong số 65 điểm đã chọn) có diện tích không vượt quá $1cm^2$

Câu 4. Cho tám số tự nhiên có 3 chữ số. Chứng minh rằng trong 8 số đó, tồn tại hai số mà khi viết liên tiếp nhau thì tạo thành một số có sáu chữ số chia hết cho 7.

Câu 5. Trong mặt phẳng cho sáu điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Mỗi đoạn thẳng nối hai điểm được tô màu đỏ hoặc xanh. Chứng minh rằng tồn tại ba điểm trong số sáu điểm đã cho, sao cho chúng là ba đỉnh của một tam giác mà các cạnh của nó được tô cùng một màu.

Câu 6. Một mạng lưới thông tin có 17 trạm, trạm nào cũng liên lạc được với mọi trạm khác bởi một và chỉ một trong ba phương tiện: điện thoại, điện báo, vô tuyến điện. Chứng minh rằng tồn tại ba trạm có thể liên lạc trực tiếp với nhau bởi cùng một phương tiện.

Câu 7. Có 25 số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ 4 chữ số 1,2,3,4. Chứng minh tồn tại ít nhất 2 trong số 25 số đó giống nhau.

Câu 8. Cho 7 số tự nhiên bất kỳ. Chứng minh rằng ta luôn có thể tìm được 3 số mà tổng của chúng chia hết cho 3.

Câu 9. Có hay không một số có dạng $2022\ 2022\ \dots\ 2022\ 000\dots 000$ chia hết cho 2021.

Câu 10. Chứng minh rằng tồn tại một bội của 17 gồm toàn chữ số 2.

Câu 11. Cho 10 số tự nhiên bất kỳ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9, a_{10}$. Chứng minh rằng tồn tại một số hoặc tổng các số liên tiếp nhau trong dãy 10 số đã cho chia hết cho 10.

Câu 12. Một trường học có 600 học sinh và 19 lớp. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất 1 lớp học có từ 32 học sinh trở lên.

Câu 13. Chứng minh rằng tồn tại số có dạng $1234\ 1234\dots 1234\ 00\dots 00$ chia hết cho 9999.

Câu 14. Trong mặt phẳng cho 2023 điểm sao cho cứ 3 điểm bất kì có ít nhất 2 điểm cách nhau một khoảng không vượt quá 1. Chứng minh rằng : tồn tại một hình tròn bán kính bằng 1 chứa ít nhất 1012 điểm.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

BÀI TOÁN TÍNH GÓC

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1: Cho $\triangle ABC$, ($\hat{B} = \hat{C} = 70^\circ$). Kẻ tia Bx sao cho $\widehat{CBx} = 10^\circ$. Trên tia Bx lấy điểm D sao cho

$BD = BA$ (A, D khác phía so với BC. Tính \widehat{BCD} .

Câu 2: Cho tam giác ABC cân đỉnh A có góc $A = 40^\circ$. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A vẽ tia Bx sao cho $\widehat{CBx} = 10^\circ$. Trên tia Bx lấy điểm D sao cho $BD = BA$. Tính số đo góc BDC.

Câu 3: Bài toán 10. Cho $\triangle ABC$ vuông, cân tại A, điểm E nằm trong tam giác sao cho

$EAC = ECA = 15^\circ$. Tính $\widehat{AEB} = ?$

Câu 4: Cho tam giác cân ABC có đáy BC, góc ở đáy bằng 50° . Lấy điểm K trong tam giác, sao cho

$\widehat{KBC} = 10^\circ$; $\widehat{KCB} = 30^\circ$. Tính số đo các góc của $\triangle ABK$.

Câu 5: Cho tam giác ABC cân tại A, $\hat{A} = 100^\circ$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $AD = BC$.

Chứng minh rằng $\widehat{ADC} = 30^\circ$.

Câu 6: Cho hình vuông ABCD, lấy điểm M trong hình vuông sao cho tam giác AMB cân tại M và góc

$\widehat{MAB} = 15^\circ$. Chứng minh tam giác MDC đều.

Giáo viên: Trần Tuấn Việt