

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
ÔN TẬP CUỐI NĂM

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$), đường cao $AD (D \in BC)$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của D trên AB và AC.

- a) Chứng minh $AE \cdot AB = AD^2 = AF \cdot AC$. b) Chứng minh $\widehat{AFE} = \widehat{ABC}$.
c) Gọi I là giao điểm của FE và tia CB. Chứng minh $ID^2 = IE \cdot IF$.
d) Gọi H là trực tâm $\triangle ABC$, tia HB cắt EF tại K. Chứng minh $DK \perp BH$.

Câu 2. Cho hình chữ nhật ABCD, kẻ AH vuông góc với BD (H thuộc BD).

- a) Chứng minh: $\triangle HAD$ đồng dạng với $\triangle ABD$. b) Chứng minh: $BC^2 = DB \cdot HD$.
c) Tia phân giác của góc ADB cắt AH và AB lần lượt tại M và K. Chứng minh: $AK \cdot AM = BK \cdot HM$.
d) Gọi O là giao điểm của AC và BD. Lấy P thuộc AC, dựng hình chữ nhật AEPF (E thuộc AB, F thuộc AD). BF cắt DE ở Q. Chứng minh: $EF \parallel DB$ và 3 điểm A, Q, O thẳng hàng.

Câu 3. Cho hình chữ nhật ABCD ($AD < AB$); gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Kẻ đường thẳng d vuông góc với DB tại D, d cắt tia BC tại E.

- a) Chứng minh $\triangle DBE$ đồng dạng với $\triangle DCE$.
b) Kẻ CH vuông góc với DE tại H. Chứng minh $DC^2 = CH \cdot DB$.
c) Gọi K là giao điểm của OE và HC. Chứng minh K là trung điểm của HC.
d) Chứng minh ba đường thẳng OE, DC và BH đồng quy.

Câu 4. Cho tam giác MNP có cạnh $MN < MP$, phân giác MA, ($A \in NP$). Lấy điểm C trên tia MA sao cho $\widehat{MNP} = \widehat{MPC}$.

- a) Chứng minh $\triangle MNA$ đồng dạng với $\triangle MPC$. b) Chứng minh $\triangle APC$ là tam giác cân.
c) Kẻ NI song song với CP ($I \in MA$). Chứng minh $MC \cdot IA = MA \cdot AC$.
d) Qua M kẻ đường thẳng xy song song với NP. Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với NP tại K.

Đường thẳng KI cắt đường thẳng xy tại G. Biết $MN = a, MP = 3a$. Tính tỉ số $\frac{IK}{IG}$.

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AE. Kẻ BD là phân giác góc $\widehat{ABC} (D \in AC)$, gọi F là giao của AE và BD.

- a) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle EAC$. b) Chứng minh $BD \cdot EF = BF \cdot AD$ và $\triangle ADF$ cân.
c) Từ B kẻ đường vuông góc với BD cắt CA tại K. Chứng minh $\frac{KA}{KC} = \frac{FE}{AD}$..

Giáo viên: Thầy Trần Ngọc Hà

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho các số $x, y, z \geq 0$ và $x + y + z = 1$. Chứng minh: $x + 2y + z \geq 4(1-x)(1-y)(1-z)$

Câu 2. Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của tổng
 $S = ab + 2bc + 3ca$.

Câu 3. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện $y^2 + yz + z^2 = 1011 - \frac{3x^2}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $Q = x + y + z$.

Câu 4. Cho a, b, c là 3 số dương thỏa mãn: $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = abc.$$

Câu 5. Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{1}{a} + \frac{1}{4b} + \frac{1}{16c}$$

Câu 6. Cho hai số dương x, y thỏa mãn: $\frac{y^2}{4x^2 + 12x + 9} = \frac{2x + 4}{y + 1}$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức: } Q = xy - 3y - 2x - 3.$$

Câu 7. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $5x^2 + 2y^2 + 4xy - 2x + 4y + 2028$.

Câu 8. Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(c+a)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geq \frac{3}{2}.$$

Câu 9. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$H = \frac{1}{ab+a+2} + \frac{1}{bc+b+2} + \frac{1}{ca+c+2}$$

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt