BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 8

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tài liệu lớp học 8AV – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....**Ngày học:** ....

Câu 10. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = AN$. Hai đoạn thẳng CM, BN cắt nhau tại D.

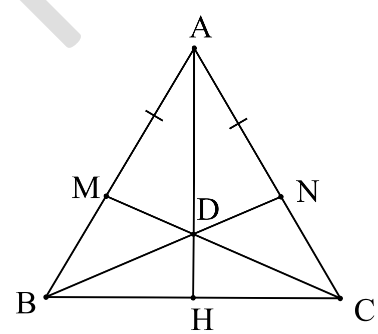
Chứng minh rằng:

a) Tam giác DBC là tam giác cân.

b) Điểm D cách đều hai cạnh AB, AC.

c) AD đi qua trung điểm của đoạn thẳng BC và vuông góc với nó.

HD



a) Ta có ΔABC cân tại A $\Rightarrow AB = AC;\ \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

$BM = AB - AM;\ CN = AC - AN$.

Mà $AB = AC; AM = AN$ nên $BM = CN$.

Xét ΔBMC và ΔCNB có:

$BM = CN; \widehat{MBC} = \widehat{NCB}$; cạnh BC chung

$\Rightarrow \Delta BMC = \Delta CNB$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{BCM} = \widehat{CBN}$ (góc tương ứng) $\Rightarrow \widehat{BCD} = \widehat{CBD} \Rightarrow \Delta DBC$ cân tại D.

b) Vì ΔDBC cân tại D nên $BD = CD$.

Xét ΔABD và ΔACD có:

$AB = AC; BD = CD$; cạnh AD chung

$\Rightarrow \Delta ABD = \Delta ACD$ (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{CAD} \Rightarrow$ AD là tia phân giác của $\widehat{BAC}$

$\Rightarrow$ Điểm D cách đều hai cạnh AB, AC.

c) Kéo dài AD cắt BC tại H.

Xét ΔABH và ΔACH có:

$AB = AC;\ \widehat{BAH} = \widehat{CAH}$ (Vì AD là tia phân giác) ; cạnh AH chung

$\Rightarrow \Delta ABH = \Delta ACH$ (c.g.c)

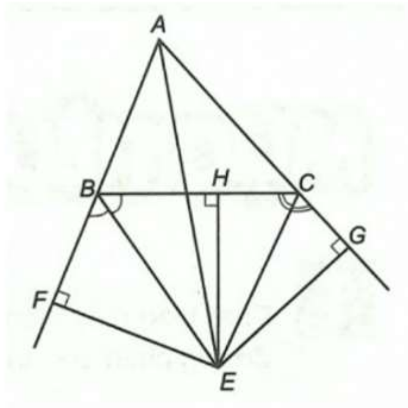
$\Rightarrow HB = HC; \widehat{AHB} = \widehat{AHC}$

Mà $\widehat{AHB} + \widehat{AHC} = 180^o \Rightarrow \widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^o \Rightarrow AH \perp BC$.

Vậy AD đi qua trung điểm H của BC và AD vuông góc với BC tại H.

Câu 11. Cho $\triangle ABC$, hai đường phân giác của hai góc ngoài đỉnh B và đỉnh C cắt nhau tại E. Chứng minh E thuộc phân giác trong của $\widehat{BAC}$.

HD:



Từ E hạ $EH \perp BC; EF \perp AB; EG \perp AC$ với

$H \in BC; F \in AB; G \in AC$.

Ta có

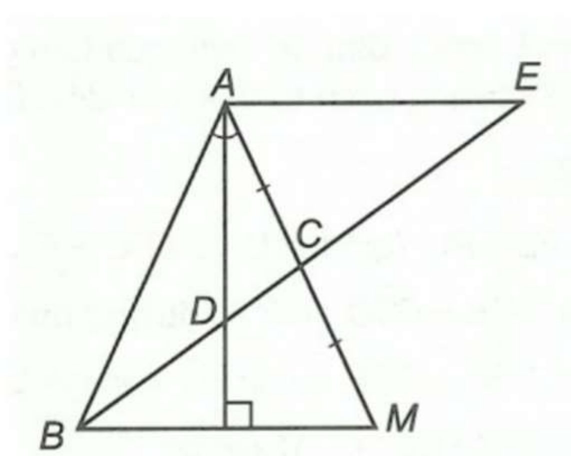
$EF = EH$(E thuộc phân giác ngoài của $\hat{B}$). (1)

Và $EH = EG$(E thuộc phân giác ngoài của $\hat{C}$). (2)

Từ (1) và (2) ta có $EF = EG \Rightarrow E$ thuộc tia phân giác trong của $\widehat{BAC}$ (tính chất tia phân giác của một góc).

Câu 12: Cho $\triangle ABC$ có phân giác AD thỏa mãn BD=2DC. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho BC=CE. Chứng minh $\triangle ADE$ là tam giác vuông.

HD:



Trên tia AC lấy điểm M sao cho $CM = CA$.

Xét $\triangle ACE$ và $\triangle MCB$ có

$CE = CB$ (giả thiết); $\widehat{ACE} = \widehat{MCB}$ (hai góc đối đỉnh); $CM = CA$ (theo cách dựng hình).

Do đó $\triangle ACE = \triangle MCB$ (c.g.c).

Trong tam giác ABM có BC là trung tuyến, $BC = 2DC$

$\Rightarrow D$ là trọng tâm của $\triangle ABM$.

Đường thẳng AD là trung tuyến đồng thời là phân giác nên $\triangle ABM$ cân tại A.

Do đó $AD \perp BM$.

Ta lại có $\widehat{AEC} = \widehat{MBC}$ (hai góc tương ứng) mà hai góc ở vị trí so le trong nên $AE // BM \Rightarrow AD \perp AE$.

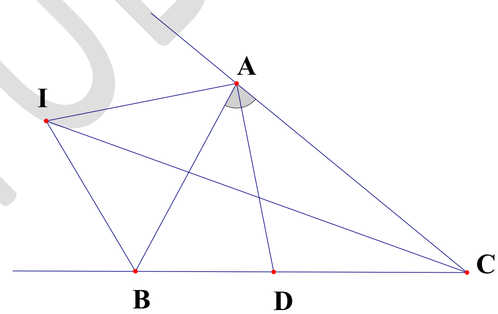
Vậy tam giác ADE vuông tại A.

Câu 13. Cho tam giác ABC có $\angle B = 70^0$, đường phân giác AD. Đường vuông góc với AD tại A cắt tia phân giác của góc C tại I.

a) Chứng minh rằng BI là tia phân giác của góc ngoài đỉnh B của tam giác ABC.

b) Tính $\angle IBC$.

HD:



a) AD là tia phân giác của góc A và AI $\perp$ AD nên AI là tia phân giác của góc ngoài đỉnh A. Tam giác ABC có I là giao điểm của tia phân giác của góc C và tia phân giác của góc ngoài đỉnh A nên BI là tia phân giác của góc ngoài đỉnh B.

b) $\angle ABI = \dfrac{180^0 - 70^0}{2} = 55^0$

nên $\angle IBC = \angle ABC + \angle ABI = 70^0 + 55^0 = 125^0$.