

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 8**  
**BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN TRONG TAM GIÁC**  
**Tài liệu lớp học 8AV - 23/26 Nguyễn Hồng**

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G. Chứng minh rằng

$$BM + CN > \frac{3}{2} BC$$

**Câu 2.** Chứng minh trong tam giác cân, đường trung tuyến đi từ đỉnh tam giác cân cũng là đường phân giác, đường cao, đường trung trực.

**Câu 3.** Cho tam giác ABC cân tại A có hai trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G. Chứng minh:

a) MN//BC.

b) BM = CN ;

b)  $GM + GN > \frac{BC}{2}$ .

**Câu 4.** Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AM và BN cắt nhau tại G. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho MD=MG. Chứng minh:

a) GA = GD

b)  $\triangle MBG = \triangle MCD$

c) CD = 2GN.

d) Gọi P là trung điểm của AB, chứng minh C,G,P thẳng hàng.

**Câu 5.** Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AM và BN cắt nhau tại G. Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng BC. Giả sử H là trung điểm của đoạn thẳng BM. Chứng minh:

a)  $\triangle AHB = \triangle AHM$  ;

b)  $AG = \frac{2}{3} AB$ .

**Câu 6.** Cho tam giác ABC cân tại A, vẽ AH vuông góc với BC tại H.

a) So sánh HB và HC, chứng minh AH là trung trực BC.

b) Gọi I là trung điểm của AB, AH cắt CI tại G. Từ H vẽ đường thẳng song song với AB cắt AC tại M. Chứng minh HM=MC và ba điểm M, G, B thẳng hàng.

**Câu 7.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại A, kẻ AH vuông góc với BC(H  $\in$  BC). Gọi N là trung điểm của AC.

a) Chứng minh  $\triangle ABH = \triangle ACH$

b) Hai đoạn thẳng BN và AH cắt nhau tại G, trên tia đối của tia NB lấy K sao cho NK = NG. Chứng minh: CB  $\perp$  CK

c) Chứng minh: G là trung điểm của BK.

d) Gọi M là trung điểm AB. Chứng minh BC + AG > 4GM.

**Câu 8.** Cho tam giác ABC vuông tại A có  $AB = 6\text{ cm}; BC = 10\text{ cm}; AC = 8\text{ cm}$ .

- a) So sánh các góc của tam giác ABC.
- b) Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng BD. Gọi K là trung điểm của cạnh BC, đường thẳng DK cắt cạnh AC tại M. Tính MC.
- c) Đường trung trực d của đoạn thẳng AC cắt đường thẳng DC tại Q. Chứng minh ba điểm B, M, Q thẳng hàng.

**Câu 9.** Cho tam giác ABC có 2 đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G.

- a) Gọi P là trung điểm BC, chứng minh A, G, P thẳng hàng.
- b) Gọi H, K tương ứng là trung điểm của AG, CG. Chứng minh  $NK \parallel PK; NH = PK$ .
- c) Giả sử BH cắt GN tại Q, tính NQ theo CN.

**Câu 10.** Cho tam giác ABC cân tại A có hai đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G.

- a) Chứng minh  $BD = CE$ .
- b) Chứng minh tam giác GBC cân
- c)  $GD + GE > BC/2$ .

**Câu 11.** Cho tam giác ABC, D là trung điểm của AC. Trên đoạn BD lấy điểm E sao cho  $BE = 2ED$ . Điểm F thuộc tia đối của tia DE sao cho  $BF = 2BE$ . Gọi K là trung điểm của CF và G là giao điểm của EK với AC.

- a) Chứng minh G là trọng tâm tam giác EFC.
- b) Tính các tỉ số  $\frac{GE}{GK}; \frac{GC}{DC}$ .

### **BTVN**

**Câu 12.** Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho  $MN = MA$ . Gọi D, E theo thứ tự là trung điểm của AB, AC. Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của ND, NE với BC. Chứng minh rằng  $BI = IK = KC$ .

**Câu 13.** Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của BM. Trên tia đối của tia IA lấy điểm E sao cho  $IE = IA$ .

- a) Điểm M là trọng tâm của tam giác nào ?
- b) Gọi F là trung điểm của CE. Chứng minh rằng ba điểm A, M, F thẳng hàng.

**Câu 14.** Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC lấy điểm G sao cho  $BG = 2GC$ . Vẽ điểm D sao cho C là trung điểm của AD. Gọi E là trung điểm của BD. Chứng minh

- a) Ba điểm A, G, E thẳng hàng.
- b) Đường thẳng DG đi qua trung điểm của AB.

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 8**  
**LUYỆN TẬP NHÂN ĐA THỨC**  
Tài liệu lớp học 8AV - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 1:** Làm tính nhân

a.  $(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$

b.  $(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)$

c.  $(2x^3+3x-1)(x^2+2x-5)$

**Câu 2:** Làm tính nhân

a.  $(5xy-1)\left(\frac{1}{10}y^3-2x^2-\frac{2}{5}y\right)$

b.  $(x^2-2x+1)(x-1)$

c.  $(x^3-2x^2+x-1)(5-x)$

d.  $(x+3)(x-2)(x+1)$

**Câu 3:** Thực hiện các phép nhân

a.  $(3x^2+11-5x)(8x-6+2x^2)$

b.  $(x^2+x+1)(x^5-x^4+x^2-x+1)$

c.  $(x^2+x+1)(x^3-x^2+1)$

**Câu 4:** Thực hiện các phép nhân

a.  $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

b.  $(a+b+c+d)(a^2+b^2+c^2+d^2-ab-ac-ad-bc-bd-cd)$

**Câu 5.** Tính giá trị của các biểu thức sau

a.  $A = (x-3)(x+7) - (2x-5)(x-1)$  với  $x = 0; x = \pm 1$

b.  $B = (3x+5)(2x-1) + (4x-1)(3x+2)$  với  $|x| = 2$

**Câu 6.** Chứng minh rằng giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến

a.  $A = (x-5)(2x+3) - 2x(x-3) + x + 7$

b.  $B = (x^2+2x+3)(3x^2-2x+1) - 3x^2(x^2+2) - 4x(x^2-1)$

c.  $(x^2-7)(x+2) - (2x-1)(x-14) + x(-x^2-2x-22) + 35$

**Câu 7.** Chứng minh rằng giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến

a.  $A = x(x^3 + x^2 - 3x + 2) - (x^2 - 2)(x^2 + x + 3) + 4(x^2 - x - 2)$

b.  $B = (x - 3)(x + 2) + (x - 1)(x + 1) - (2x - 1)x$

c.  $C = (x - 5)(2x + 3) - 2x(x - 3) + x + 7$

**Câu 8.** Tìm  $x$ , biết rằng

a.  $(8x + 2)(1 - 3x) + (6x - 1)(4x - 10) = -50$

b.  $(x^2 - 4x + 16)(x + 4) = x(x + 1)(x + 2) + 3x^2 = 0$

**Câu 9.** Chứng minh rằng

a.  $(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)(a - b) = a^4 - b^4$

b.  $(t + 2)(t^2 + 4)(t - 2) = t^4 - 16$

c.  $(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)(x + y) = x^5 + y^5$ .

**Câu 10.** Chứng minh rằng đẳng thức sau

$$(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = ab + bc + ca - x^2 \text{ với } x = \frac{a + b + c}{2}.$$

**Câu 11.** Chứng minh các đẳng thức sau

a.  $(3 - u)(u^2 + 3u + 9) = 27 - u^3$

b.  $(t + 2)(t^2 + 4)(t - 2) = t^4 - 16$

c.  $(a^2 - ab + b^2)(a + b) = a^3 + b^3$

d.  $(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)(a - b) = a^4 - b^4$ .

**Câu 12.**

a) Chứng minh rằng nếu  $a + b = m; ab = n$  thì  $(x + a)(x + b) = x^2 + mx + n$

b) Áp dụng câu a) để viết ngay kết quả của phép nhân:  $(x + 3)(x + 4); (x - 5)(x - 3)$  và  $(x + 4)(x - 6)$ .

**BTVN:**

**Câu 13.** Làm tính nhân:

a)  $2x^2 \left( 3x^3 - 5x + \frac{1}{2} \right)$

b)  $\left( -\frac{2}{3}xy \right)^2 (4x - 6y)$

**Câu 14.** Làm tính nhân

a)  $(x^2 - 3x + 9)(x + 3)$

b)  $(x^2 + 3x - 1)(2x^2 - x + 2)$

**Câu 15.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $3x(6x^2 - 5x - 2) - 9x(2x^2 - 2x - 1) - 3x(x + 1)$

b)  $(3x^2 + 2y)(2x - 3y) - (3x - 2y)(2x^2 + 3y) + 13xy(x + 1)$

**Câu 16.** Rút gọn:  $A = 15(2a + 3b)^2 - 3(2a + 3b)(2a + 3b + 4) + 6(4a + 6b)(1 - 2a - 3b)$