

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 8
TÍNH CHẤT 3 ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC
Tài liệu lớp học 8AV – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho tam giác nhọn ABC có 3 đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

- Tìm các góc bằng góc: \widehat{DBH} ; \widehat{HBA} ;
- Chứng minh $\widehat{BAC} = \widehat{EHC}$, tương tự thì các góc \widehat{ABC} ; \widehat{ACB} bằng các góc nào?

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm H thuộc cạnh AB. Vẽ HM vuông góc với BC tại M. Tia MH cắt tia CA tại N. Chứng minh rằng CH vuông góc với NB.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Lấy điểm E thuộc cạnh AC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = AE$. Chứng minh rằng:

- DE vuông góc với BC,
- BE vuông góc với DC.

Câu 5. Cho tam giác ABC có O là giao điểm của ba đường trung trực. Qua các điểm A, B, C lần lượt kẻ các đường thẳng vuông góc với OA, OB, OC, hai trong ba đường đó lần lượt cắt nhau tại M, N, P. Chứng minh

- $\triangle OMA = \triangle OMB$ và tia MO là tia phân giác của góc NMP
- O là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác MNP.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi E, I, K theo thứ tự là giao điểm các đường phân giác của tam giác ABC, ABH, ACH. Chứng minh AE vuông góc với IK.

Câu 7. Cho tam giác ABC đường cao AH. Dựng về phía ngoài các tam giác vuông cân ABD và ACE (vuông tại B và C).

- Qua điểm C vẽ đường thẳng vuông góc với BE, cắt đường thẳng AH tại K. Chứng minh CD vuông góc với BK.
- Chứng minh AH, BE, CD đồng quy.

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$, kẻ đường phân giác BD của \widehat{ABC} , ($D \in AC$). Kẻ DM vuông góc với BC tại M.

- Chứng minh $\triangle DAB = \triangle DMB$.
- Chứng minh $AD < DC$
- Gọi K là giao điểm của đường thẳng DM và đường thẳng AB, đường thẳng BD cắt KC tại N. Chứng minh $BN \perp KC$ và $\triangle KDC$ cân tại B.

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$), kẻ phân giác BF ($F \in AC$). Gọi H là hình chiếu của điểm C trên tia BF, trên tia đối của tia HB lấy điểm E sao cho $HE = HF$. Gọi K là hình chiếu của F trên BC. Chứng minh rằng:

- a) $CE = CF, AB = BK$
- b) $AK // CH$
- c) CH, FK, AB đồng quy.

BTVN

Câu 10. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 135^\circ$. Từ B và C lần lượt kẻ BD và CE vuông góc với các đường thẳng AC và AB tại D và E. Gọi AH là đường cao của tam giác ABC.

- a) Chứng minh rằng tam giác ABD và ACE là các tam giác vuông cân
- b) Có thể khẳng định 3 đường thẳng AH, BD, CE cùng đi qua 1 điểm không? Vì sao?

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH và đường phân giác BD cắt nhau tại I. Lấy điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = BA$. Chứng minh rằng:

- a) EI vuông góc với AB;
- b) EI song song với AC.

Câu 12. Cho tam giác nhọn ABC, trực tâm H. Gọi K là điểm đối xứng với H qua BC. Chứng minh rằng $\angle BAH = \angle BCK$.

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB < AC$. Gọi d là đường thẳng đi qua trung điểm M của AC và vuông góc với BC. Đường vuông góc với AC tại C cắt d ở E.

- a) Gọi I là giao điểm của d và AB. Chứng minh rằng AE song song với CI.
- b) Chứng minh rằng AE vuông góc với BM.

Câu 14. Cho tam giác ABC. Qua mỗi đỉnh của tam giác ABC, kẻ đường thẳng song song với cạnh đối diện. Ba đường thẳng đó cắt nhau tại D, E, F. Chứng minh rằng các đường cao của tam giác ABC là các đường trung trực của tam giác DEF.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 8
LUYỆN TẬP NGHIỆM CỦA ĐA THỨC
Tài liệu lớp học 8AV - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho đa thức: $f(x) = (2x^2 - 3x + 1) - (x^2 - 7x - 2)$

- a) Thu gọn đa thức $f(x)$.
- b) Chứng minh rằng -1 và -3 là các nghiệm của $f(x)$.

Câu 2. Cho đa thức $P(x) = 2x + a - 1$. Tìm a để $P(x)$ có nghiệm:

- a) $x = 0$;
- b) $x = 1$.

Câu 3. Cho đa thức $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Chứng tỏ rằng:

- a) Nếu $a + b + c + d = 0$ thì $x = 1$ là một nghiệm của $P(x)$.
- b) Nếu $a + c = b + d$ thì $x = -1$ là một nghiệm của $P(x)$.

Câu 4. Xác định a, b để đa thức $f(x) = x^2 + 2ax + b$ nhận $0, 2$ làm nghiệm.

Câu 5. Cho hai đa thức: $f(x) = (x-1)(x+2)$ và $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$. Xác định a, b biết nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$.

Câu 6. Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn điều kiện: $x \cdot f(x+1) = (x+2) \cdot f(x)$. Chứng minh rằng đa thức $f(x)$ có ít nhất hai nghiệm là 0 và -1 .

Câu 7. Tìm nghiệm của các đa thức sau

- a) $x^3 + 7x$
- b) $x^4 + x^2 + 3$
- c) $x^{2024} + |x-3| + 2$
- d) $-x^2 - 10$
- d) $-x^8 - x^4 - 1$

Câu 8. Cho đa thức $g(x) = ax^2 + bx - 2$. Tìm a và b biết $x = -1$ và $x = 2$ là hai nghiệm của $g(x)$.

Câu 9. Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $P(0) = 7; P(-1) = 13$ và $P(2) = 1$. Tìm nghiệm của $P(x)$.

Câu 10. Cho đa thức $F(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2020$ với các hệ số $a, b \in \mathbb{Z}$. Biết rằng $F(x)$ có một nghiệm là số nguyên lớn hơn 100 và nhỏ hơn 200 . Tìm nghiệm nguyên đó.

Câu 11. Cho đa thức $g(x) = ax^2 + bx - 2$. Tìm a và b biết $x = -1$ và $x = 2$ là hai nghiệm của $g(x)$.

Câu 12. Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $P(0) = 7; P(-1) = 13$ và $P(2) = 1$. Tìm nghiệm của $P(x)$.

Câu 13. Xác định quan hệ giữa các hệ số của đa thức: $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ để đa thức có hai nghiệm là 2 và -2 . Khi đó hãy tìm nghiệm còn lại.

Câu 14. Cho $P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0, a_i \in \mathbb{Z}, i = \overline{1, n}$. Chứng minh rằng:

a) Đa thức $P_n(x)$ có nghiệm nguyên thì nghiệm là ước của a_0

b) Đa thức $P_n(x)$ có nghiệm hữu tỉ tối giản thì tử số là ước của a_0 , mẫu là ước của a_n

Câu 15. Cho đa thức $F(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2020$ với các hệ số $a, b \in \mathbb{Z}$. Biết rằng $F(x)$ có một nghiệm là số nguyên lớn hơn 100 và nhỏ hơn 200. Tìm nghiệm nguyên đó.

BTVN

Câu 16. Cho đa thức $P(x)$ biết rằng: $(x^2 - 1)P(x) = (x + 2)P(x - 2)$.

Chứng minh rằng đa thức $P(x)$ có ít nhất 3 nghiệm phân biệt.

Câu 17. Đa thức $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $P(0)$ và $P(1)$ là số lẻ. Chứng minh rằng: $P(x)$ không thể có nghiệm là số nguyên.

Câu 18. Cho $P(x) + 3P(2) = 5x^2$ với mọi giá trị của x . Tìm nghiệm của $P(x)$.

Câu 19. Cho $f(x) = 9 - x^5 + 4x - 2x^3 + x^2 - 7x^4$;

$g(x) = x^5 - 9 + 2x^2 + 7x^4 + 2x^3 - 3x$.

a) Sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính tổng $h(x) = f(x) + g(x)$.

c) Tìm nghiệm của đa thức $h(x)$.

Câu 20. Tìm nghiệm của đa thức $P(x) = (1-x)^n - (1-x)^{n+2021}$ ($n \in \mathbb{N}$).

Câu 21. Chứng tỏ rằng đa thức sau không có nghiệm: $Q(y) = 2y^2 + 1$

Câu 22. Chứng minh đa thức $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $(x-1)f(x) = (x+4)f(x-8)$ có ít nhất hai nghiệm.