

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊN
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 1. Cho $(a + b) : (b + c) : (c + a) = 6 : 7 : 8; a + b + c = 42$. Hãy tìm c ?

HD:

Từ đề bài suy ra $\frac{a+b}{6} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{8} = k \Rightarrow a+b=6k; b+c=7k; c+a=8k$

$$\Rightarrow 2(a+b+c) = 21k \Rightarrow k = 4 \Rightarrow \begin{cases} a+b=24 \\ a+b+c=42 \end{cases} \Rightarrow c=18$$

Câu 2. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng $\frac{a^2+c^2}{b^2+d^2} = \frac{ac}{bd}$

HD:

Cách 1: Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$ (1)

Lại có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{a^2+c^2}{b^2+d^2}$ (2)

Từ (1)(2) $\frac{a^2+c^2}{b^2+d^2} = \frac{ac}{bd}$ (đpcm)

Cách 2: đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ suy ra $a = bk, c = dk$, thay vào từng vế của đẳng thức cần chứng minh, rút gọn, tính mỗi vế theo k suy ra điều phải chứng minh.

Câu 3. Cho tỉ lệ thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} = \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd}$ (với điều kiện mẫu

thức xác định)

HD:

Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \begin{cases} a = kb \\ c = kd \end{cases}$, thay vào biểu thức ta được:

$$\frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} = \frac{k^2 - 3k + 5}{2 + 3k} \quad (1)$$

$$\text{và } \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd} = \frac{k^2 - 3k + 5}{2 + 3k} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} = \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd}$.

Câu 4. Biết $a^2 + ab + \frac{b^2}{3} = 15$; $c^2 + \frac{b^2}{3} = 6$ và $a^2 + ac + c^2 = 9(a, c \neq 0; a \neq -c)$.

Chứng minh rằng $\frac{2c}{a} = \frac{b+c}{a+c}$

HD:

Ta có: $a^2 + ab + \frac{b^2}{3} = 15 = 6 + 9 = \left(c^2 + \frac{b^2}{3}\right) + (a^2 + ac + c^2)$

$$\Rightarrow 2c^2 = ab - ac$$

$$\Rightarrow 2c^2 = ab + ac - 2ac$$

$$\Rightarrow 2c^2 + 2ac = ab + ac$$

$$\Rightarrow 2c(c+a) = a(b+c)$$

$$\Rightarrow \frac{2c}{a} = \frac{b+c}{a+c}$$

Câu 5. Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a}$ trong đó $a + b + c + d \neq 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$\frac{2a-b}{c+d} + \frac{2b-c}{d+a} + \frac{2c-d}{a+b} + \frac{2d-a}{b+c}$$

HD: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a} = \frac{a+b+c+d}{a+b+c+d} = 1 \Rightarrow a = b = c = d$

$$\text{Vậy } \frac{2a-b}{c+d} + \frac{2b-c}{d+a} + \frac{2c-d}{a+b} + \frac{2d-a}{b+c} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

HÌNH HỌC

Câu 7. Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao BH. Trên đáy BC lấy M, vẽ $MD \perp AB, ME \perp AC, MF \perp BH$

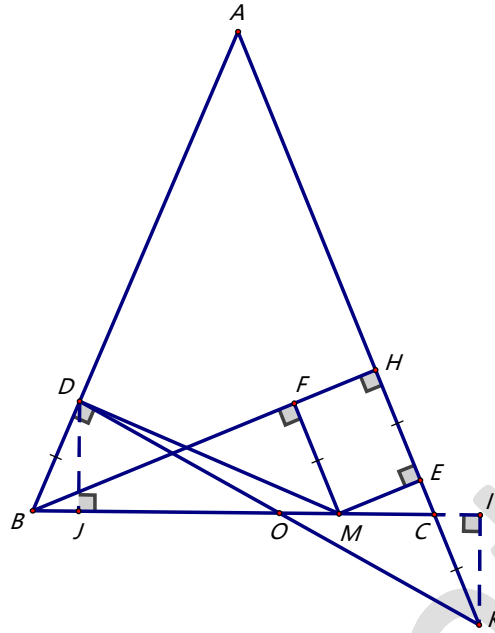
a) Chứng minh $ME = FH$

b) Chứng minh $\triangle DBM = \triangle FMB$

c) Chứng minh khi M chạy trên BC thì tổng $MD + ME$ có giá trị không đổi

d) Trên tia đối của CA lấy K sao cho: $KC = EH$. Chứng minh rằng BC qua trung điểm của KD

HD:



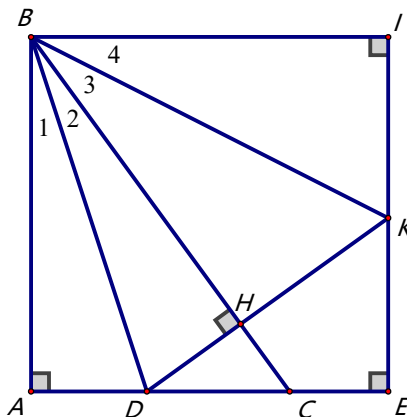
- a) $\triangle MEH = \triangle FHM$ (g.c.g) $\Rightarrow ME = FH$
- b) $\triangle DBM = \triangle FMB$ (ch.gn)
- c) $MD + ME = BH = \text{const}$
- d) Hạ DJ, KI vuông góc với BC . $\triangle BDJ = \triangle CKI$ (ch.gn) $\Rightarrow DJ = IK$

$\triangle DOJ = \triangle KOI$ (g.c.g) nên O là trung điểm DK

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Tia phân giác góc B cắt AC ở D . Kẻ DH vuông góc với BC . Trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Đường thẳng vuông góc với AE tại E cắt tia DH ở K . Chứng minh rằng :

- a) $BA = BH$
- b) Góc $DBK = 45^\circ$
- c) Cho $AB = 4$ cm, tính chu vi tam giác DEK

HD:



a) $\triangle BAD = \triangle BHD$ (ch.gn)

b) Kẻ BI vuông góc với EK. $\triangle BHK = \triangle BIK$ (ch.cgv) $\Rightarrow \widehat{B}_3 = \widehat{B}_4$ mà $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$ do đó $\widehat{DBK} = 45^\circ$

c) Chu vi tam giác DEK bằng hai lần AB

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Phân giác góc ACB cắt AB tại D. Lấy E thuộc cạnh BC sao cho $CE = CA$.

a) Chứng minh $\triangle CDA = \triangle CDE$ và DE vuông góc với BC

b) Vẽ đường thẳng d vuông góc với AC tại C. Qua A vẽ đường thẳng song song với CD cắt d tại M. Chứng minh $AM = CD$

c) Qua B vẽ đường vuông góc với CD tại N cắt AC tại K. Chứng minh KE vuông góc với BC và K, D, E thẳng hàng.

HD:

a. CD là phân giác $\widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{ECD}$

Xét $\triangle CDA$ và $\triangle CDE$ có:

CD: cạnh chung

$$\widehat{ACD} = \widehat{ECD}$$

$$CA = CE$$

$$\Rightarrow \triangle CDA = \triangle CDE \text{ (c - g - c) (đpcm)}$$

$$\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{DEC} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\text{Mà } \widehat{DAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DEC} = 90^\circ \Rightarrow DE \perp BC \text{ (gt)}$$

b) Vì $CD \parallel AM$ nên $\widehat{DCA} = \widehat{MAC}$ (hai góc so le trong)

Xét $\triangle DAC$ và $\triangle MCA$ lần lượt vuông tại A và C có:

$$\widehat{DCA} = \widehat{MAC}$$

AC: cạnh chung

$$\Rightarrow \triangle DAC = \triangle MCA \text{ (cạnh góc vuông - góc nhọn kề) } \Rightarrow DC = MA \text{ (hai cạnh tương ứng) (đpcm)}$$

c) $\triangle BKC$ có $\begin{cases} BA \perp KC \\ CN \perp BK \end{cases}$ (gt) và BA, CN cắt nhau tại D $\Rightarrow D$ là trực tâm $\triangle BKC$

$$\Rightarrow KD \perp BC$$

Mặt khác $DE \perp BC$ (chứng minh câu a) $\Rightarrow K, D, E$ thẳng hàng.

