

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 7
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học 7AV - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

CA 1

Câu 12. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$1) A = -5^{22} - \left\{ -222 - \left[-122 - (100 - 5^{22}) + 2022 \right] \right\}$$

$$2) B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$$

$$3) C = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot (-8)^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 + 2 \cdot 8^4 \cdot (-27)^3}$$

HD:

$$1) A = -5^{22} - \left\{ -222 - \left[-122 - (100 - 5^{22}) + 2022 \right] \right\}$$

$$A = -5^{22} + 222 + \left[-122 - (100 - 5^{22}) + 2022 \right]$$

$$A = -5^{22} + 222 - 122 - (100 - 5^{22}) + 2022$$

$$A = -5^{22} + 222 - 122 - 100 + 5^{22} + 2022$$

$$A = (-5^{22} + 5^{22}) + (222 - 122 - 100) + 2022 = 2022$$

2)

$$B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$$

$$B = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{20} \cdot \frac{20 \cdot 21}{2}$$

$$B = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{20} \cdot \frac{20 \cdot 21}{2}$$

$$B = \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{21}{2}$$

$$B = \frac{1}{2}(2+3+4+\dots+21) = \frac{1}{2} \cdot \frac{20 \cdot (21+2)}{2} = 115$$

3)

$$C = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot (-8)^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 + 2 \cdot 8^4 \cdot (-27)^3} = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot 8^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 - 2 \cdot 8^4 \cdot 27^3}$$

$$C = \frac{5 \cdot 2^{12} \cdot 3^8 - 3^9 \cdot 2^{12}}{2^{15} \cdot 3^8 - 2^{13} \cdot 3^9} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 (5-3)}{2^{13} \cdot 3^8 (2^2-3)} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 \cdot 2}{2^{13} \cdot 3^8} = 1$$

Câu 13. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $41,54 - 3,18 + 23,17 + 8,46 - 5,82 - 3,17$

b) $\left(\frac{1}{2}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{3}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{4}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{5}-1\right) \cdots \left(\frac{1}{2022}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{2023}-1\right)$

HD:

a) $41,54 - 3,18 + 23,17 + 8,46 - 5,82 - 3,17$

$$= (41,54 + 8,46) - (3,18 + 5,82) + (23,17 - 3,17) = 50 - 9 + 20 = 61$$

b) $\left(\frac{1}{2}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{3}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{4}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{5}-1\right) \cdots \left(\frac{1}{2022}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{2023}-1\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdots \frac{2021}{2022} \cdot \frac{2022}{2023} = \frac{1}{2023}$

Câu 14. Tính giá trị của các biểu thức sau :

1) $A = 2.53.12 + 4.6.87 - 3.8.40$.

2) $B = (-8)^2 : \left\{ 25 - 18 : \left[(5^2 + 2^3) : 11 - 2023^0 \right] \right\}$

3) $C = 3 \cdot \frac{1}{1.2} - 5 \cdot \frac{1}{2.3} + 7 \cdot \frac{1}{3.4} - \dots + 15 \cdot \frac{1}{7.8} - 17 \cdot \frac{1}{8.9}$.

HD:

1) Ta có:

$$A = 2.53.12 + 4.6.87 - 3.8.40 = 24.53 + 24.87 - 24.40 = 24(53 + 87 - 40) = 24.100 = 2400$$

2) $B = (-8)^2 : \left\{ 25 - 18 : \left[(5^2 + 2^3) : 11 - 2023^0 \right] \right\} = 64 : \left\{ 25 - 18 : [(25 + 8) : 11 - 1] \right\}$

$$= 64 : [25 - 18 : (3 - 1)] = 64 : (25 - 9) = 64 : 16 = 4$$

3)

$$C = 3 \cdot \frac{1}{1.2} - 5 \cdot \frac{1}{2.3} + 7 \cdot \frac{1}{3.4} - \dots + 15 \cdot \frac{1}{7.8} - 17 \cdot \frac{1}{8.9}$$

$$= \frac{3}{1.2} - \frac{5}{2.3} + \frac{7}{3.4} - \dots + \frac{15}{7.8} - \frac{17}{8.9} = \frac{1+2}{1.2} - \frac{2+3}{2.3} + \frac{3+4}{3.4} - \dots + \frac{7+8}{7.8} - \frac{8+9}{8.9}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \dots + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{9}\right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{8} - \frac{1}{9} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

CA 2

Câu 3. Tìm giá trị của x biết: $1 + 5^2 + 5^4 + \dots + 5^{2x} = \frac{25^6 - 1}{24}$.

HD:

$$\text{Ta có: } A = 1 + 5^2 + 5^4 + \dots + 5^{2x}$$

$$\Rightarrow 5^2 \cdot A = 5^2 + 5^4 + 5^6 + \dots + 5^{2x+2}$$

$$\Rightarrow 25A - A = (5^2 + 5^4 + 5^6 + \dots + 5^{2x+2}) - (1 + 5^2 + 5^4 + \dots + 5^{2x})$$

$$\Rightarrow 24A = (5^2 + 5^4 + 5^6 + \dots + 5^{2x+2}) - (1 + 5^2 + 5^4 + \dots + 5^{2x})$$

$$\Rightarrow 24A = 5^2 + 5^4 + 5^6 + \dots + 5^{2x+2} - 1 - 5^2 - 5^4 - \dots - 5^{2x}$$

$$\Rightarrow 24A = 5^{2x+2} - 1$$

$$\Rightarrow A = \frac{5^{2x+2} - 1}{24}$$

$$\text{Mà } A = \frac{25^6 - 1}{24} \Rightarrow 5^{2x+2} = 25^6 \Rightarrow 5^{2x+2} = 5^{12} \Rightarrow 2x+2 = 12 \Rightarrow x = 5$$

Câu 12. Tính tổng $S = 10,11 + 11,12 + 12,13 + \dots + 98,99 + 100$.

HD:

Số số hạng của dãy là $(100 - 10,11) : 1,01 + 1 = 90$.

$$\text{Tổng } S = (10,11 + 100) \cdot 90 : 2 = 4954,95.$$

Câu 13. Tính tổng $S = 2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2n+1}$.

HD:

Ta có:

$$S = 2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2n+1}$$

$$\Rightarrow 2^2 S = 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2n+3}$$

$$\Rightarrow 2^2 S - S = (2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2n+3}) - (2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2n+1})$$

$$\Rightarrow 3S = 2^{2n+3} - 2$$

$$\Rightarrow S = \frac{2^{2n+3} - 2}{3}$$

Câu 14. Tính tổng $S = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2$.

HD:

$$\begin{aligned} S &= 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 \\ &= (2.1)^2 + (2.2)^2 + (2.3)^2 \dots + (2.n)^2 \\ &= 2^2.1^2 + 2^2.2^2 + 2^2.3^2 + \dots + 2^2.n^2 \\ &= 2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) \\ &= 2^2 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ &= \frac{2n(2n+1)(2n+2)}{6} \text{ hoặc } = \frac{2}{3}n(n+1)(2n+1) \end{aligned}$$

Câu 15. Tính tổng $S = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n+1)^2$.

HD:

Ta có:

$$\begin{aligned} S &= 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n+1)^2 \\ &= [1^2 + 2^2 + \dots + (2n)^2 + (2n+1)^2] - [2^2 + 4^2 + 6^2 \dots + (2n)^2] \\ &= [1^2 + 2^2 + \dots + (2n)^2 + (2n+1)^2] - [(2.1)^2 + (2.2)^2 + (2.3)^2 \dots + (2.n)^2] \\ &= \frac{(2n+1)(2n+2)(4n+3)}{6} - [2^2.1^2 + 2^2.2^2 + 2^2.3^2 + \dots + 2^2.n^2] \\ &= \frac{(2n+1)(2n+2)(4n+3)}{6} - [2^2.(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)] \\ &= \frac{(2n+1)(2n+2)(4n+3)}{6} - 4 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ &= \frac{(2n+1)(2n+2)(4n+3)}{6} - \frac{2n(2n+2)(2n+1)}{6} \\ &= \frac{(2n+1)(2n+2)(2n+3)}{6} \end{aligned}$$

Câu 16. Chứng minh rằng $S \div 100$ với $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + 99.100 + 100.101$

HD:

Ta có $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + 99.100 + 100.101$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3S &= 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + 4.5.3 + \dots + 99.100.3 + 100.101.3 \\ &= 1.2.3 + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + \dots + 99.100.(101-98) + 100.101.(102-99) \\ &= 1.2.3 - 1.2.3 + 2.3.4 - 2.3.4 + 3.4.5 - \dots - 98.99.100 + 99.100.101 - 100.101.99 + 100.101.102 \\ &= 100.101.102 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S = 100.101.102 : 3 = 34.100.101 = 343400$$

Vậy $S \div 100$.

Câu 17. Tính tổng: $B = 1.3 + 3.5 + 5.7 + \dots + 99.101$.

HD:

Phân tích: Khoảng cách giữa hai thừa số trong mỗi số hạng là 2. Để tách mỗi số hạng thành hiệu của hai số nhằm triệt tiêu từng cặp hai số, ta nhân mỗi số hạng của B với 6 (ba lần khoảng cách giữa hai thừa số). Thừa số 6 này được viết dưới dạng $(5+1)$ ở số hạng thứ nhất, $(7-1)$ ở số hạng thứ hai, $(9-3)$ ở số hạng thứ ba, ... $(103-97)$ ở số hạng cuối cùng.

Lời giải:

Ta có:

$$6B = 1.3.6 + 3.5.6 + 5.7.6 + \dots + 99.101.6$$

$$6B = 1.3.(5+1) + 3.5.(7-1) + 5.7.(9-3) + \dots + 99.101.(103-97)$$

$$= (1.3.1 + 1.3.5 + 3.5.7 + 5.7.9 + \dots + 97.99.101 + 99.101.103) - (1.3.5 + 3.5.7 + \dots + 97.99.101)$$

$$= 3 + 99.101.103$$

$$= 1029900.$$

$$\text{Suy ra: } B = \frac{1029900}{6} = 171650.$$

Câu 18. Tính tổng $S = 1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + n(3n-1)$

HD:

Xét số hạng tổng quát của tổng $k(3k-1) = 3k^2 - k$.

Khi ấy, ta có:

$$S = 1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + n(3n-1)$$

$$= (3.1^2 - 1) + (3.2^2 - 2) + \dots + (3.n^2 - n)$$

$$= 3(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) - (1 + 2 + 3 + \dots + n)$$

$$= 3 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{2} - \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= 2n^2(n+1)$$