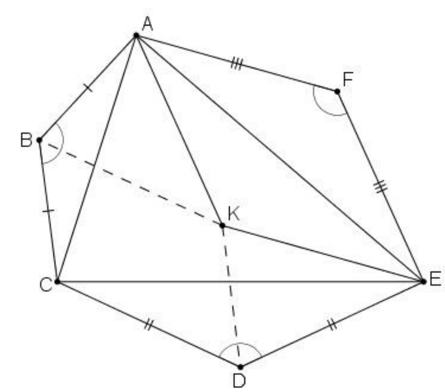
BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học 9AV – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:..**Ngày học:**...

HÌNH HỌC

Câu 1. Cho lục giác ABCDEF có $\widehat{B}=\widehat{D}=\widehat{F}, AB=BC, CD=DE, EF=FA$. Gọi K là điểm đối xứng với F qua AE. Chứng minh BCDK là hình bình hành.

HD:



Dễ dàng nhận thấy $\Delta ABC \backsim \Delta AKE(\text{g.g}) \Rightarrow \dfrac{AC}{AE}=\dfrac{AB}{AK}$, do đó $\Delta BAK \backsim \Delta CAE$ (c.g.c).

Tương tự $\Delta DKE \backsim \Delta CAE$.

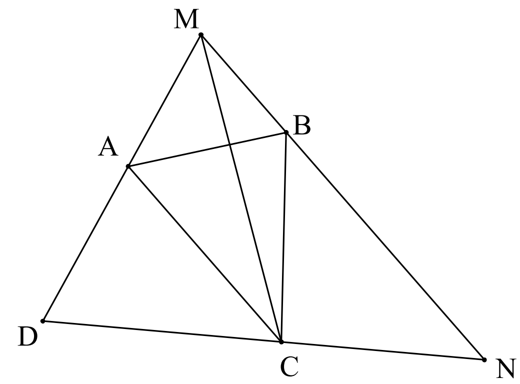
$\Rightarrow \Delta BAK \backsim \Delta DKE$ với tỉ số đồng dạng $k=\dfrac{AK}{KE}=1 \Rightarrow \Delta BAK=\Delta DKE \Rightarrow BC=DK$.

Tương tự $CD=BK$.

Vậy BCDK là hình bình hành.

Câu 2. Cho tứ giác ABCD có diện tích là $42\,\text{cm}^2$, trong đó diện tích tam giác ABC là $12\,\text{cm}^2$. Qua B kẻ đường thẳng song song với AC cắt AD và DC lần lượt ở M và N. Tính diện tích tam giác MND.

HD:



Ta có $S_{ADC} = S_{ABCD} - S_{ABC} = 42 - 12 = 30\,(cm^2)$.

Vì AD // MN nên $\Delta ADC \sim \Delta MDN \Rightarrow \dfrac{S_{ADC}}{S_{MDN}} = \left(\dfrac{AD}{MD}\right)^2$

$\Rightarrow S_{MND} = \left(\dfrac{MD}{AD}\right)^2 .S_{ADC} = \left(\dfrac{MD}{AD}\right)^2 .30 \quad (1)$

Xét ΔMAC và ΔBAC có chung cạnh đáy AC và chiều cao hạ từ M và B tương ứng của hai tam giác bằng nhau (do MB // AC) $\Rightarrow S_{MAC} = S_{BAC} = 12\,(cm^2)$.

Khi đó $S_{MDC} = S_{ADC} + S_{AMC} = 30 + 12 = 42\,(cm^2)$.

Hai tam giác MDC và ADC có chung chiều cao kẻ từ C $\Rightarrow \dfrac{S_{MDC}}{S_{ADC}} = \dfrac{MD}{AD} \Rightarrow \dfrac{MD}{AD} = \dfrac{42}{30} = \dfrac{7}{5}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow S_{MND} = \left(\dfrac{7}{5}\right)^2 .30 = \dfrac{294}{5} = 58,8\,(cm^2)$.

ĐẠI SỐ

Câu 1. Tính giá trị của biểu thức sau $A = \dfrac{x^{16} - 1}{(x+1)\left(x^2+1\right)\left(x^4+1\right)\left(x^8+1\right)}$ với $x = 2020$.

Ta có $x^{16} - 1 = (x-1)(x+1)\left(x^2+1\right)\left(x^4+1\right)\left(x^8+1\right)$ nên ta được

$$A = \frac{x^{16}-1}{(x+1)\left(x^2+1\right)\left(x^4+1\right)\left(x^8+1\right)} = \frac{(x-1)(x+1)\left(x^2+1\right)\left(x^4+1\right)\left(x^8+1\right)}{(x+1)\left(x^2+1\right)\left(x^4+1\right)\left(x^8+1\right)} = x - 1$$

Do đó với $x = 2020$ ta được $A = 2019$

Câu 2. Cho $(x+3y)^3 - 6(x+3y)^2 + 12(x+3y) = -19$. Tìm giá trị của biểu thức $x + 3y$.

HD:

Biến đổi giả thiết của bài toán ta được

$(x+3y)^3-6(x+3y)^2+12(x+3y)-8=-27 \Leftrightarrow (x+3y-2)^3=(-3)^3$

Do đó $x+3y-2=-3$ hay $x+3y=-1$.

Câu 3. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $ab+bc+ca=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a-b}{1+c^2}+\frac{b-c}{1+a^2}+\frac{c-a}{1+b^2}=0$$

Ta có $1+a^2=ab+bc+ca+a^2=(a+b)(a+c)$. Hoàn toàn tương tự ta có

$1+b^2=ab+bc+ca+b^2=(b+a)(b+c)$ và $1+c^2=ab+bc+ca+c^2=(c+a)(c+b)$

Suy ra $\begin{cases} \dfrac{a-b}{1+c^2}=\dfrac{a-b}{(c+a)(c+b)}=\dfrac{a+c-b-c}{(c+a)(c+b)}=\dfrac{1}{c+b}-\dfrac{1}{c+a} \\ \dfrac{b-c}{1+a^2}=\dfrac{b-c}{(a+b)(a+c)}=\dfrac{b+a-a-c}{(a+b)(a+c)}=\dfrac{1}{a+c}-\dfrac{1}{a+b} \\ \dfrac{c-a}{1+b^2}=\dfrac{c-a}{(b+c)(b+a)}=\dfrac{c+b-a-b}{(b+c)(b+a)}=\dfrac{1}{b+a}-\dfrac{1}{b+c} \end{cases}$

Do đó ta được $\frac{a-b}{1+c^2}+\frac{b-c}{1+a^2}+\frac{c-a}{1+b^2}=\frac{1}{c+b}-\frac{1}{c+a}+\frac{1}{a+c}-\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+a}-\frac{1}{b+c}=0$.