

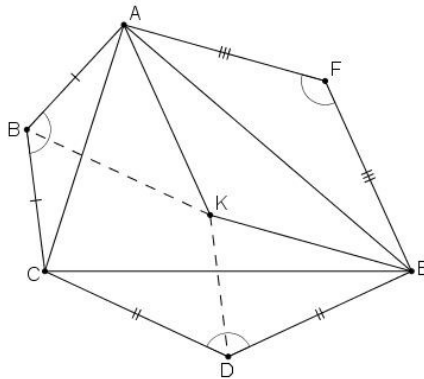
BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
TÀI LIỆU THAM KHẢO
 Tài liệu lớp học 9AV - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

HÌNH HỌC

Câu 1. Cho lục giác ABCDEF có $\widehat{B} = \widehat{D} = \widehat{F}$, $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = FA$. Gọi K là điểm đối xứng với F qua AE. Chứng minh BCDK là hình bình hành.

HD:



Dễ dàng nhận thấy $\triangle ABC \sim \triangle AKE$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AK}$, do đó $\triangle BAK \sim \triangle CAE$ (c.g.c).

Tương tự $\triangle DKE \sim \triangle CAE$.

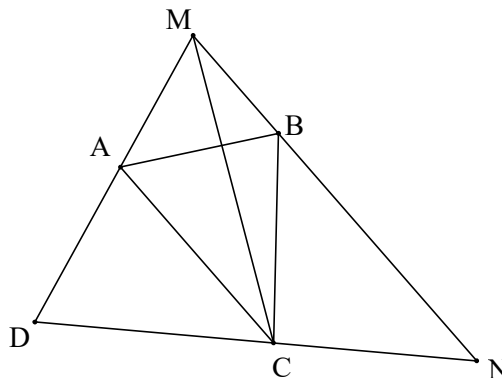
$\Rightarrow \triangle BAK \sim \triangle DKE$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{AK}{KE} = 1 \Rightarrow \triangle BAK = \triangle DKE \Rightarrow BC = DK$.

Tương tự $CD = BK$.

Vậy BCDK là hình bình hành.

Câu 2. Cho tứ giác ABCD có diện tích là 42 cm^2 , trong đó diện tích tam giác ABC là 12 cm^2 . Qua B kẻ đường thẳng song song với AC cắt AD và DC lần lượt ở M và N. Tính diện tích tam giác MND.

HD:



Ta có $S_{ADC} = S_{ABCD} - S_{ABC} = 42 - 12 = 30 (cm^2)$.

Vì $AD \parallel MN$ nên $\triangle ADC \sim \triangle MDN \Rightarrow \frac{S_{ADC}}{S_{MDN}} = \left(\frac{AD}{MD}\right)^2$

$$\Rightarrow S_{MND} = \left(\frac{MD}{AD}\right)^2 \cdot S_{ADC} = \left(\frac{MD}{AD}\right)^2 \cdot 30 \quad (1)$$

Xét $\triangle MAC$ và $\triangle BAC$ có chung cạnh đáy AC và chiều cao hạ từ M và B tương ứng của hai tam giác bằng nhau (do $MB \parallel AC$) $\Rightarrow S_{MAC} = S_{BAC} = 12 (cm^2)$.

Khi đó $S_{MDC} = S_{ADC} + S_{AMC} = 30 + 12 = 42 (cm^2)$.

Hai tam giác MDC và ADC có chung chiều cao kẻ từ $C \Rightarrow \frac{S_{MDC}}{S_{ADC}} = \frac{MD}{AD} \Rightarrow \frac{MD}{AD} = \frac{42}{30} = \frac{7}{5} \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow S_{MND} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 \cdot 30 = \frac{294}{5} = 58,8 (cm^2)$.

ĐẠI SỐ

Câu 1. Tính giá trị của biểu thức sau $A = \frac{x^{16} - 1}{(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)}$ với $x = 2020$.

Ta có $x^{16} - 1 = (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$ nên ta được

$$A = \frac{x^{16} - 1}{(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)} = \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)}{(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)} = x - 1$$

Do đó với $x = 2020$ ta được $A = 2019$

Câu 2. Cho $(x+3y)^3 - 6(x+3y)^2 + 12(x+3y) = -19$. Tìm giá trị của biểu thức $x+3y$.

HD:

Biến đổi giả thiết của bài toán ta được

$$(x+3y)^3 - 6(x+3y)^2 + 12(x+3y) - 8 = -27 \Leftrightarrow (x+3y-2)^3 = (-3)^3$$

Do đó $x+3y-2 = -3$ hay $x+3y = -1$.

Câu 3. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $ab+bc+ca = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a-b}{1+c^2} + \frac{b-c}{1+a^2} + \frac{c-a}{1+b^2} = 0$$

Ta có $1+a^2 = ab+bc+ca+a^2 = (a+b)(a+c)$. Hoàn toàn tương tự ta có

$$1+b^2 = ab+bc+ca+b^2 = (b+a)(b+c) \text{ và } 1+c^2 = ab+bc+ca+c^2 = (c+a)(c+b)$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{a-b}{1+c^2} = \frac{a-b}{(c+a)(c+b)} = \frac{a+c-b-c}{(c+a)(c+b)} = \frac{1}{c+b} - \frac{1}{c+a} \\ \frac{b-c}{1+a^2} = \frac{b-c}{(a+b)(a+c)} = \frac{b+a-a-c}{(a+b)(a+c)} = \frac{1}{a+c} - \frac{1}{a+b} \\ \frac{c-a}{1+b^2} = \frac{c-a}{(b+c)(b+a)} = \frac{c+b-a-b}{(b+c)(b+a)} = \frac{1}{b+a} - \frac{1}{b+c} \end{cases}$$

$$\text{Do đó ta được } \frac{a-b}{1+c^2} + \frac{b-c}{1+a^2} + \frac{c-a}{1+b^2} = \frac{1}{c+b} - \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+c} - \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+a} - \frac{1}{b+c} = 0.$$