BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tài liệu lớp học 11V – Thứ 5 - 18h00 – 21h15 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:..Ngày học:..

ĐẠI SỐ

Câu 17. Cho $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$. Xét dấu của các biểu thức sau:

a) $A=\cos(\alpha+\pi)$

b) $B=\tan(\alpha-\pi)$

c) $C=\sin\left(\alpha+\dfrac{2\pi}{5}\right)$

d) $D=\cos\left(\alpha-\dfrac{3\pi}{8}\right)$

HD:

a) $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow \pi<\alpha+\pi<\dfrac{3\pi}{2}\Rightarrow \cos(\alpha+\pi)<0\Leftrightarrow A<0$.

b) $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow -\pi<\alpha-\pi<\dfrac{-\pi}{2}\Rightarrow \tan(\alpha-\pi)>0\Leftrightarrow B>0$.

c) $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow \dfrac{2\pi}{5}<\alpha+\dfrac{2\pi}{5}<\dfrac{9\pi}{10}\Rightarrow \sin\left(\alpha+\dfrac{2\pi}{5}\right)>0\Rightarrow C>0$.

d) $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow \dfrac{-3\pi}{8}<\alpha-\dfrac{3\pi}{8}<\dfrac{\pi}{8}\Rightarrow \cos\left(\alpha-\dfrac{3\pi}{8}\right)>0\Rightarrow D>0$.

Câu 18. Xác định dấu của các biểu thức sau:

a) $A=\cot\dfrac{3\pi}{5}\cdot\sin\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)$

b) $B=\cos\dfrac{4\pi}{5}\cdot\sin\dfrac{\pi}{3}\cdot\tan\dfrac{4\pi}{3}\cdot\cot\dfrac{9\pi}{5}$

HD:

a) $\dfrac{\pi}{2}<\dfrac{3\pi}{5}<\pi\Rightarrow \cot\dfrac{3\pi}{5}<0$

$\dfrac{\pi}{2}<\dfrac{2\pi}{3}<\pi\Rightarrow \sin\dfrac{2\pi}{3}>0\Rightarrow \sin\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)=-\sin\dfrac{2\pi}{3}<0$

$\Rightarrow A>0$.

b) $\frac{\pi}{2} < \frac{4\pi}{5} < \pi \Rightarrow \cos\frac{4\pi}{5} < 0$

$0 < \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\frac{\pi}{3} > 0$

$\pi < \frac{4\pi}{3} < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \tan\frac{4\pi}{3} > 0$

$\frac{3\pi}{2} < \frac{9\pi}{5} < 2\pi \Rightarrow \cot\frac{9\pi}{5} < 0$

$\Rightarrow B > 0$.

Câu 19. Tính các giá lượng giác của góc α, biết:

a) $\cos\alpha = \frac{1}{4}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

b) $\sin\alpha = \frac{5}{6}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

c) $\tan\alpha = \sqrt{7}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

d) $\cot\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

HD:

a) Ta có: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Mà $\cos\alpha = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \frac{1}{16} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{15}{16} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \\ \sin\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4} \end{array}\right.$ mà $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} : \frac{1}{4} = \sqrt{15}$

$\cot\alpha.\tan\alpha = 1 \Rightarrow \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{\sqrt{15}}{15}$

b) Ta có: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Mà $\sin\alpha = \frac{5}{6}$

$\Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \frac{25}{36} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{11}{36} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos\alpha = \frac{\sqrt{11}}{6} \\ \cos\alpha = -\frac{\sqrt{11}}{6} \end{array}\right.$ mà $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{11}}{6}$

$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{5}{6} : \dfrac{-\sqrt{11}}{6} = \dfrac{-5\sqrt{11}}{11}$

$\cot\alpha.\tan\alpha = 1 \Rightarrow \cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha} \Rightarrow \cot\alpha = \dfrac{-\sqrt{11}}{5}$

c) Ta có: $1+\tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

Mà $\tan\alpha = \sqrt{7}$

$\Rightarrow 1+7 = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \dfrac{1}{8} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4} \\ \cos\alpha = \dfrac{-\sqrt{2}}{4} \end{array}\right.$ mà $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{-\sqrt{2}}{4}$

$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = \tan\alpha.\cos\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{-\sqrt{14}}{4}$

$\cot\alpha.\tan\alpha = 1 \Rightarrow \cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha} \Rightarrow \cot\alpha = \dfrac{\sqrt{7}}{7}$

d) Ta có: $1+\cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

Mà $\cot\alpha = \dfrac{-1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow 1+\dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow \sin^2\alpha = \dfrac{3}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\alpha = \dfrac{-\sqrt{3}}{2} \end{array}\right.$ mà $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}.$

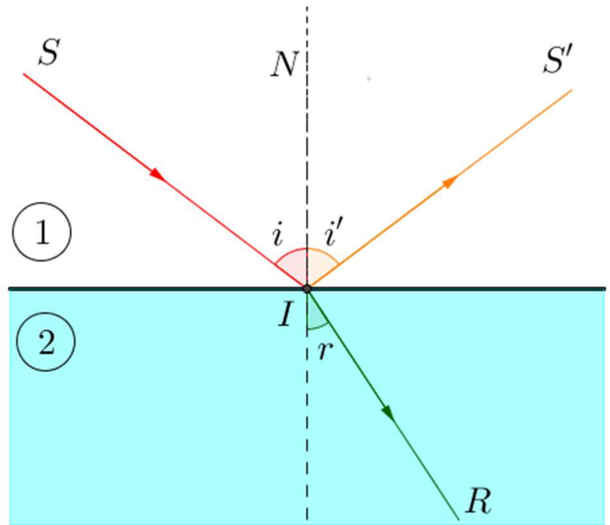
$\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \cot\alpha.\sin\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}.\dfrac{-1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{1}{2}$

$\cot\alpha.\tan\alpha = 1 \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{1}{\cot\alpha} \Rightarrow \tan\alpha = -\sqrt{3}.$

Câu 20. Khi một tia sáng truyền từ không khí vào chất lỏng thì một phần tia sáng bị phản xạ trên bề mặt, phần còn lại bị khúc xạ như trong hình dưới. Góc tới i liên hệ với góc khúc xạ r bởi Định luật khúc xạ ánh sáng:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Ở đây, n_1 và n_2 tương ứng là chiết suất của môi trường 1 (không khí) và môi trường 2 (chất lỏng).



Một tia sáng truyền trong không khí (có chiết suất là $n_1 = 1$) tới gặp mặt thoáng của chất lỏng (có chiết suất $n_2 = \sqrt{3}$) ta được hai tia phản xạ và khúc xạ vuông góc với nhau. Tính góc i trong hình.

HD:

Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng ta có

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \Leftrightarrow \frac{\sin i}{\sin r} = \sqrt{3}\ (*).$$

Ta có: $i = i' \Rightarrow i + r = i' + r$.

Do tia phản xạ vuông góc với tia khúc xạ nên $i' + r = 90°$.

Từ đó suy ra $i + r = 90° \Rightarrow r = 90° - i$.

Từ $(*) \Leftrightarrow \dfrac{\sin i}{\sin(90° - i)} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \dfrac{\sin i}{\cos i} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan i = \sqrt{3} \Rightarrow i = 60°$.

Vậy góc tới $i = 60°$.

HÌNH HỌC

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB \,//\, CD)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.

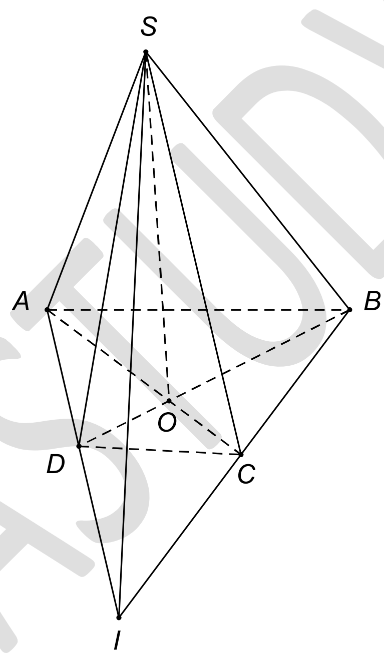
B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).

C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

HD:

Chọn D



- Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên: $(SAB),(SBC),(SCD),(SAD)$. Do đó A đúng.

- S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

$$\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \Rightarrow O \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \text{ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng } (SAC) \text{ và } (SBD).$$

$\longrightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$. Do đó B đúng.

- Tương tự, ta có $(SAD) \cap (SBC) = SI$. Do đó C đúng.

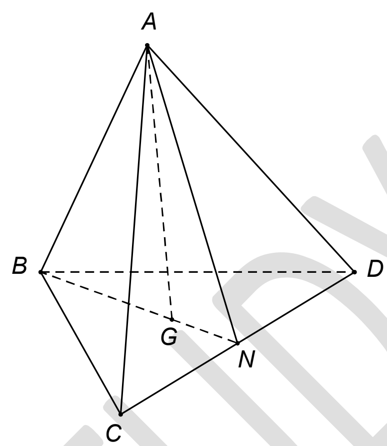
- $(SAB) \cap (SAD) = SA$ mà SA không phải là đường trung bình của hình thang $ABCD$. Do đó D sai.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

A. AM (M là trung điểm của AB).
B. AN (N là trung điểm của CD).
C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).
D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

HD:

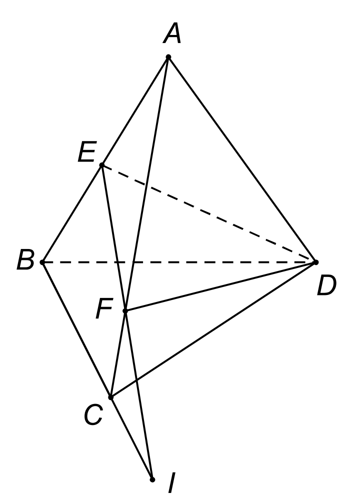
Chọn B



- A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).
- Ta có $BG \cap CD = N \longrightarrow \begin{cases} N \in BG \subset (ABG) \Rightarrow N \in (ABG) \\ N \in CD \subset (ACD) \Rightarrow N \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow N$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

Vậy $(ABG) \cap (ACD) = AN$.

Câu 12. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD. Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC. Khi EF và BC cắt nhau tại I, thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?



A. (BCD) và (DEF).

B. (BCD) và (ABC).

C. (BCD) và (AEF).

D. (BCD) và (ABD).

HD:

Chọn D

Điểm I là giao điểm của EF và BC mà $\begin{cases} EF \subset (DEF) \\ EF \subset (ABC) \\ EF \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = (BCD) \cap (DEF) \\ I = (BCD) \cap (ABC) \\ I = (BCD) \cap (AEF) \end{cases}.$

Câu 13. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

A. đường thẳng MN.

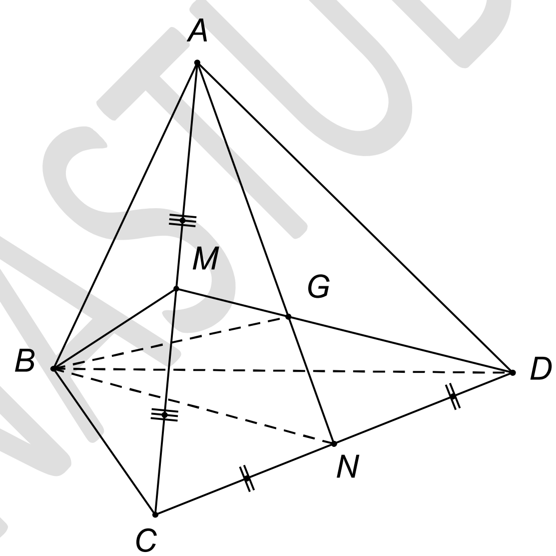
B. đường thẳng AM.

C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).

D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

HD:

Chọn C



- B là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN).
- Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD nên suy ra AN, DM là hai trung tuyến của tam giác ACD.

Gọi $G = AN \cap DM$

$\Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases} \Rightarrow G$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN).

Vậy $(ABN) \cap (MBD) = BG.$

Câu 14. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là:

A. SD.

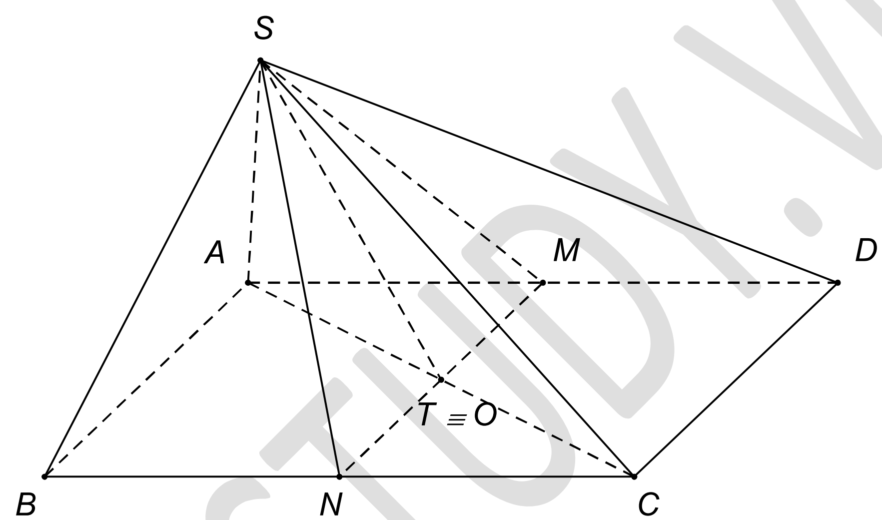
B. SO (O là tâm hình bình hành ABCD).

C. SG (G là trung điểm AB).

D. SF (F là trung điểm CD).

HD:

Chọn B



- S là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (SMN) và (SAC).
- Gọi $O = AC \cap BD$ là tâm của hình hình hành.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $T = AC \cap MN$

$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in MN \subset (SMN) \Rightarrow O \in (SMN) \end{cases} \Rightarrow O$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (SMN) và (SAC).

Vậy $(SMN) \cap (SAC) = SO$.

Câu 15. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SB. Khẳng định nào sau đây sai?

A. IJCD là hình thang.

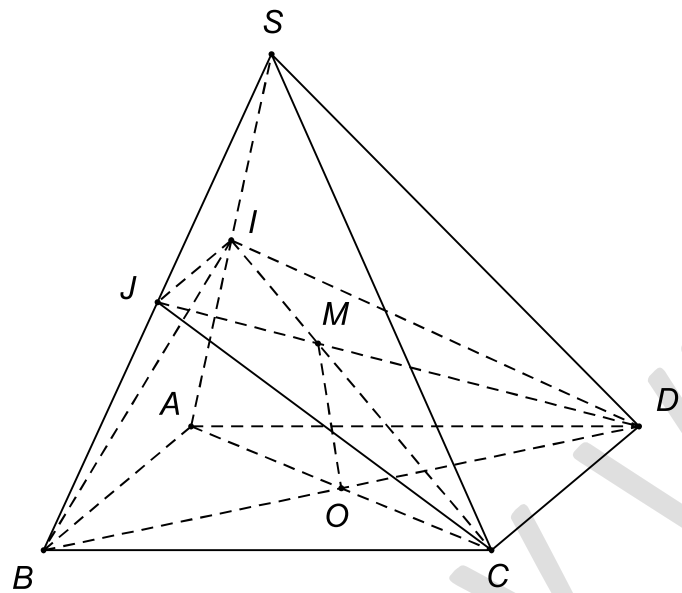
B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.

C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.

D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm ABCD).

HD:

Chọn D



- Ta có IJ là đường trung bình của tam giác SAB $\Rightarrow IJ \,//\, AB \,//\, CD \Rightarrow IJ \,//\, CD$

$\Rightarrow IJCD$ là hình thang. Do đó A đúng.

- Ta có $\begin{cases} IB \subset (SAB) \\ IB \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (IBC) = IB.$ Do đó B đúng.

- Ta có $\begin{cases} JD \subset (SBD) \\ JD \subset (JBD) \end{cases} \Rightarrow (SBD) \cap (JBD) = JD.$ Do đó C đúng.

- Trong mặt phẳng $(IJCD)$, gọi $M = IC \cap JD \Rightarrow (IAC) \cap (JBD) = MO.$ Do đó D sai.