

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học 11V - Thứ 5 - 18h00 - 21h15 - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

ĐẠI SỐ

Câu 15. Tính các giá trị lượng giác của góc $\frac{7\pi}{12}$.

HD:

Ta có $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$. Khi đó:

$$\sin \frac{7\pi}{12} = \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}.$$

$$\cos \frac{7\pi}{12} = \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}.$$

$$\tan \frac{7\pi}{12} = \frac{\sin \frac{7\pi}{12}}{\cos \frac{7\pi}{12}} = \frac{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}}{\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}} = -2 - \sqrt{3}.$$

$$\cot \frac{7\pi}{12} = \frac{1}{\tan \frac{7\pi}{12}} = \frac{1}{-2 - \sqrt{3}} = -2 + \sqrt{3}.$$

Câu 16. Tính các giá trị lượng giác của các góc sau: 15° ; 75° ; 105° .

HD:

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{4}$$

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{4}$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = 2 - \sqrt{3}; \quad \cot 15^\circ = \frac{1}{\tan 15^\circ} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\sin 75^\circ = \sin(90^\circ - 15^\circ) = \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{4}$$

$$\cos 75^{\circ} = \cos(90 - 15^{\circ}) = \sin 15^{\circ} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{4}$$

$$\tan 75^{\circ} = \frac{\sin 75^{\circ}}{\cos 75^{\circ}} = 2 + \sqrt{3}; \quad \cot 75^{\circ} = \frac{1}{\tan 75^{\circ}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\sin 105^{\circ} = \sin(180^{\circ} - 75^{\circ}) = \sin 75^{\circ} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{4}$$

$$\cos 105^{\circ} = \cos(180^{\circ} - 75^{\circ}) = -\cos 75^{\circ} = -\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{4}$$

$$\tan 105^{\circ} = \frac{\sin 105^{\circ}}{\cos 105^{\circ}} = -2 - \sqrt{3}; \quad \cot 105^{\circ} = \frac{1}{\tan 105^{\circ}} = -2 + \sqrt{3}$$

Câu 17. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cdot \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \cdot \sin \frac{\pi}{5}}$$

$$\text{b) } B = \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8}$$

HD:

a) Áp dụng công thức $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$; $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$;

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cdot \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \cdot \sin \frac{\pi}{5}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{10}\right)}{\cos\left(\frac{2\pi}{15} + \frac{\pi}{5}\right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1.$$

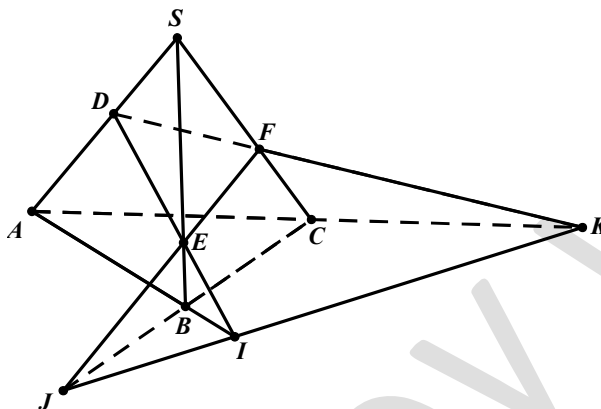
b) Áp dụng công thức: $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$;

$$B = \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{32}\right) \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{16}\right) \cdot \cos \frac{\pi}{8}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{8} \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{16}.$$

HÌNH HỌC

Câu 7. Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I , EF cắt BC tại J , FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

HD:



Ta có $I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$;

$$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC) \quad (1).$$

Tương tự :

$$J = EF \cap BC \Rightarrow \begin{cases} J \in EF \subset (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases} \quad (2)$$

$$K = DF \cap AC \Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases} \quad (3)$$

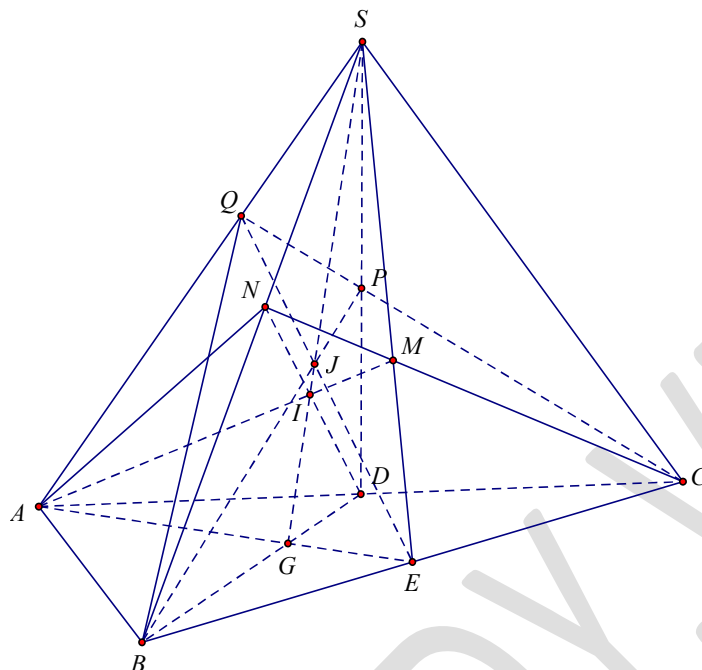
Từ (1),(2) và (3) ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.

Câu 8. Cho tứ diện $S.ABC$ có D, E lần lượt là trung điểm của AC, BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mặt phẳng (α) đi qua AC cắt SE, SB lần lượt tại M, N . Một mặt phẳng (β) đi qua BC cắt SD, SA tương ứng tại P và Q .

a) Gọi $I = AM \cap DN, J = BP \cap EQ$. Chứng minh S, I, J, G thẳng hàng.

b) Giả sử $K = AN \cap DM, L = BQ \cap EP$. Chứng minh S, K, L thẳng hàng.

HD:



a) Ta có:

$$S \in (SAE) \cap (SBD), \quad (1)$$

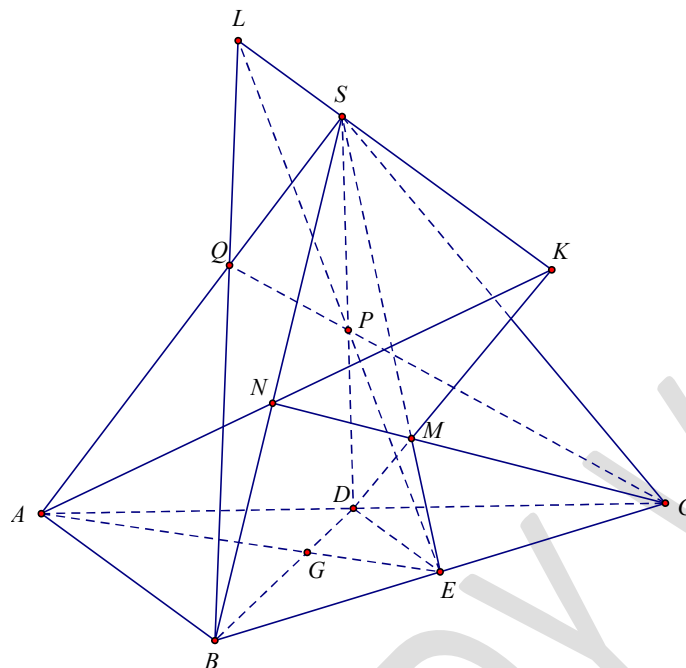
$$G = AE \cap BD \Rightarrow \begin{cases} G \in AE \subset (SAE) \\ G \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G \in (SAE) \\ G \in (SBD) \end{cases} \quad (2)$$

$$I = AM \cap DN \Rightarrow \begin{cases} I \in DN \subset (SBD) \\ I \in AM \subset (SAE) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (SBD) \\ I \in (SAE) \end{cases} \quad (3)$$

$$J = BP \cap EQ \Rightarrow \begin{cases} J \in BP \subset (SBD) \\ J \in EQ \subset (SAE) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J \in (SBD) \\ J \in (SAE) \end{cases} \quad (4)$$

Từ (1),(2),(3) và (4) ta có S, I, J, G là điểm chung của hai mặt phẳng (SBD) và (SAE) nên chúng thẳng hàng.

b)



Ta có:

$$S \in (SAB) \cap (SDE)$$

$$K = AN \cap DM \Rightarrow \begin{cases} K \in AN \subset (SAB) \\ K \in DM \subset (SDE) \end{cases} \Rightarrow K \in (SAB) \cap (SDE)$$

$$L = BQ \cap EP \Rightarrow \begin{cases} L \in BQ \subset (SAB) \\ L \in EP \subset (SDE) \end{cases} \Rightarrow L \in (SAB) \cap (SDE)$$

Vậy S, K, L là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SDE) nên chúng thẳng hàng.