BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 12

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học 12A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyên Hồng

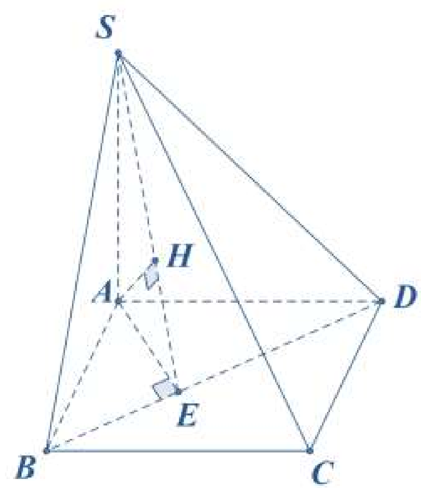
Họ và tên:...Ngày học:...

HÌNH HỌC

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$; cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{2a}{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

HD:



Trong $(ABCD)$, kẻ $AE \perp BD, (E \in BD)$.

Trong $(ABCD)$, kẻ $AH \perp SE, (H \in SE)$ (1)

Vì $\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AE \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAE) \Rightarrow BD \perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A,(SBD)) = AH$.

Xét ΔABD vuông tại A có đường cao AE, ta có:

$$AE = \frac{AB.AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a.2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

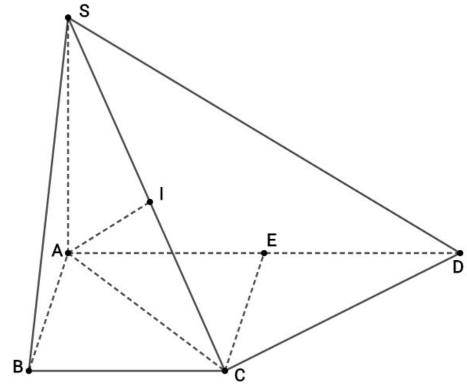
Xét ΔSAE vuông tại A có đường cao AH, ta có:

$$SA = \frac{AH.AE}{\sqrt{AE^2 - AH^2}} = \frac{\frac{2a}{3}.\frac{2a}{\sqrt{5}}}{\sqrt{\frac{4a^2}{5} - \frac{4a^2}{9}}} = a$$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}AB.AD.SA = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD = 2BC$, $AB = BC = a\sqrt{3}$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi E là trung điểm của cạnh AD, khoảng cách d từ điểm E đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

HD:



Ta có diện tích hình thang $S_{ABCD}=\frac{1}{2}(AD+BC)AB=\frac{1}{2}\left(2a\sqrt{3}+a\sqrt{3}\right).a\sqrt{3}=\frac{9a^2}{2}$.

Ta có $d\left(A,(SCD)\right)=2d\left(E,(SCD)\right)=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Dễ thấy AC vuông góc CD do vậy kẻ AI vuông góc với SC thì $AI=d\left(A,(SCD)\right)$.

Xét tam giác vuông SAC có AI là đường cao, khi đó

$$SA=\frac{AC.AI}{\sqrt{AC^2-AI^2}}=\frac{a\sqrt{3}.\sqrt{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(a\sqrt{6}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{42}}{7}.$$

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{9a^2}{2}.\frac{a\sqrt{42}}{7}=\frac{3a^3\sqrt{42}}{14}$.

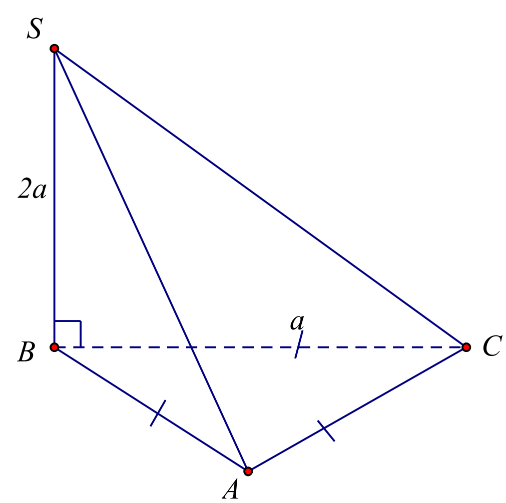
C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP (TRẮC NGHIỆM).

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SB=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

HD:

Chọn B



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SB=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a$

$=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 2. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** $\frac{1}{2}a^3$. **C.** $\frac{1}{6}a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

HD:

Chọn C

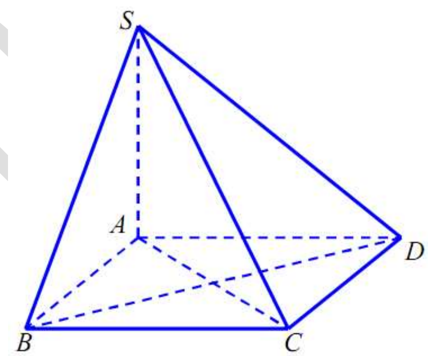
Ta có $V = \frac{1}{3}.S_{SBC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.SB.SC.SA = \frac{1}{6}.a^3$.

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

HD:

Chọn B



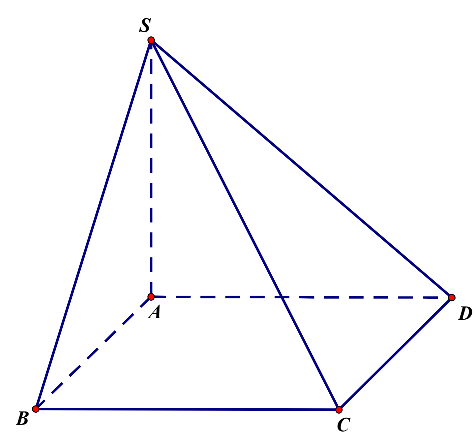
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 9 . Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $\frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{SC}{\sqrt{3}} = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

HD:

Chọn C



$\frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{SC}{\sqrt{3}} = a \Rightarrow SB = a\sqrt{2},\ SC = a\sqrt{3}$

$\begin{cases} BC \perp SA\ (do\ SA \perp (ABCD)) \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

ΔSBC vuông tại B nên $BC^2 = SC^2 - SB^2 = 3a^2 - 2a^2 = a^2$

$\Rightarrow BC = a \Rightarrow AB = a \Rightarrow SA = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$

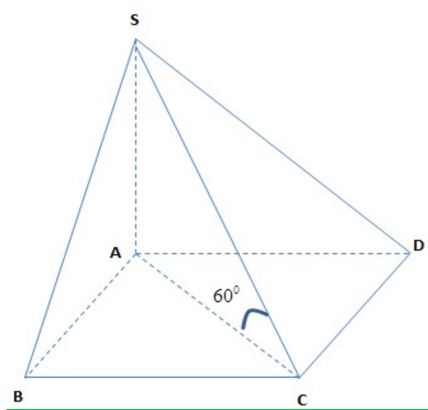
Suy ra $V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a.a^2 = \frac{1}{3}a^3$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc 60^0. Khi đó thể tích của khối chóp là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

HD:

Chọn B



Ta có: AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra: $(SC,(ABCD)) = (\text{SC}, \text{AC}) = \widehat{SCA} = 60^0$; $AC = a\sqrt{2}$,$SA = AC\tan 60^0 = a\sqrt{6}$.

Diện tích hình vuông ABCD: $S_{ABCD} = a^2$.

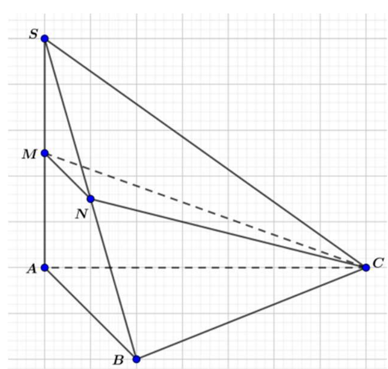
Thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều, $AB = a$, góc giữa SB và (ABC) bằng $60°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tính thể tích khối chóp $S.MNC$

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{16}$.

HD:

Chọn D



Ta có $\widehat{(SB,(ABC))} = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60°$.

$SA = AB.\tan\widehat{SBA} = a.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{4}a^3$.

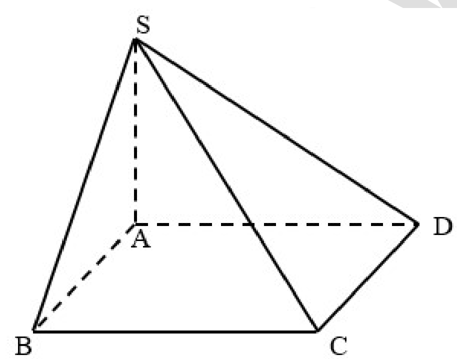
Mà $\frac{V_{S.CMN}}{V_{S.CAB}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.CMN} = \frac{1}{4}V_{S.CAB} = \frac{1}{16}a^3$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

HD:

Chọn C



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC$, do $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$. Ta có SB là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (SAB), do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc $\widehat{CSB} = 30^\circ$. Trong tam giác SBC, ta có $SB = BC.\cot 30^\circ = a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 3a$.

Trong tam giác SAB, ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$.

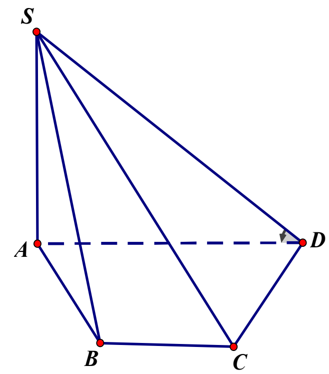
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.AB.BC = \frac{1}{3}2a\sqrt{2}.a.a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 13. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = a$, $AD = 2BC = 2a$, $SA \perp \left(ABCD\right)$ và cạnh SD tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

HD:

Chọn D



Do $SA \perp (ABCD)$ nên $\widehat{SD,(ABCD)} = \widehat{SDA} = 60°$.

Ta có diện tich hình thang $ABCD$ là $S = \dfrac{AD+BC}{2}.AB = \dfrac{3}{2}a^2$.

Trong tam giác vuông SAD có $SA = AD.\tan 60° = 2a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp $SABCD$ là $V = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = a^3\sqrt{3}$.

ĐẠI SỐ

Câu 2. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số: $y = \dfrac{-x^2-x+5}{x+2}$.\

HD:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Ta có: $y' = \dfrac{-x^2-4x-7}{(x+2)^2} < 0,\ \forall x \in D$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Câu 3. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = \dfrac{\tan x - 2}{\tan x - 1}$ trên $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

HD:

Trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$ thì $\tan x \in (0;1)$; $\cos x \neq 0$.

Ta có: $y' = \dfrac{\dfrac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x - 1)^2} > 0, \forall x \in \left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + x^2 + 8x + \cos x$, với hai số thực a,b sao cho $a < b$. Hãy so sánh $f(a)$ với $f(b)$?

HD:

Xét hàm số: $y = x^3 + x^2 + 8x + \cos x$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 2x + 8 - \sin x = 3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2 + (1-\sin x) + \frac{20}{3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy với hai số thực a, b sao cho $a < b$ thì $f(a) < f(b)$.

Câu 8. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \frac{x}{2} + \sin^2 x$ trên khoảng $(0;\pi)$.

HD:

Hàm xác định trên khoảng $(0;\pi)$.

Ta có $y' = \frac{1}{2} + \sin 2x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in (0;\pi)$ nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm $x = \frac{7\pi}{12}$ và $x = \frac{11\pi}{12}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{7\pi}{12}$		$\frac{11\pi}{12}$		π
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↗	

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(0;\frac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{12};\pi\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{7\pi}{12};\frac{11\pi}{12}\right)$

.