

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊN
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học Zoom 9M1 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật

Họ và tên:Ngày học:

Câu 15. Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 3} + \sqrt{x + 2} = \sqrt{x^2 + 1} + 1$

HD:

+ Nhắm có nghiệm $x = -1$.

+ ĐK: $x \geq -2$.

$$\left(\sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 + 1}\right) + (\sqrt{x + 2} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x + 2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + \sqrt{x^2 + 1}} + \frac{x + 1}{\sqrt{x + 2} + 1} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1) \left(\frac{2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + \sqrt{x^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{x + 2} + 1} \right) = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Do: $\frac{2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + \sqrt{x^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{x + 2} + 1} > 0, \forall x \geq -2$

- Kết luận. Phương trình đã cho có nghiệm $x = -1$.

Câu 16. giải phương trình $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$.

HD:

Nhận xét:

Nhắm thấy (1) có nghiệm $x = 2$, khi đó phương trình sẽ chứa nhân tử $x - 2$, tương ứng

$$\sqrt[3]{x-1} = 1; \sqrt{x+2} = 2 \text{ hay } \sqrt[3]{x-1} - 1 = 0; \sqrt{x+2} - 2 = 0.$$

Điều kiện $x \geq -2$.

Vì $\sqrt[3]{x-1}^2 + \sqrt[3]{x-1} + 1 = \left(\sqrt[3]{x-1} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0; \sqrt{x+2} + 2 > 0$ nên:

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt[3]{x-1} + \sqrt{x+2} - 3 = 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x-1} - 1 + \sqrt{x+2} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)-1}{\sqrt[3]{x-1}^2 + \sqrt[3]{x-1} + 1} + \frac{(x+2)-4}{\sqrt{x+2} + 2} = 0 \Leftrightarrow (x-2) \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}^2 + \sqrt[3]{x-1} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$.

Câu 17. Giải phương trình $\sqrt{x-2} + \sqrt{7-x} = 2x^2 - 5x$.

HD:

Nhận xét: Nhẩm thấy (2) có nghiệm $x = 3$, khi đó $\sqrt{x-2} = 1; \sqrt{7-x} = 2$. Do đó ta có cách tách như sau:

Điều kiện $2 \leq x \leq 7$.

Vì $\sqrt{x-2} + 1 > 0; \sqrt{7-x} + 2 > 0$, nên:

$$(2) \Leftrightarrow (\sqrt{x-2} - 1) + (\sqrt{7-x} - 2) - (2x^2 - 5x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2-1}{\sqrt{x-2}+1} + \frac{7-x-4}{\sqrt{7-x}+2} - (x-3)(2x+1) = 0$$

$$(x-3) \left(\frac{1}{\sqrt{x-2}+1} - \frac{1}{\sqrt{7-x}+2} - 2x-1 \right) = 0.$$

Trường hợp 1: $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$ (thỏa mãn).

$$\text{Trường hợp 2: } \frac{1}{\sqrt{x-2}+1} - \frac{1}{\sqrt{7-x}+2} - 2x-1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x-2}+1} = \frac{1}{\sqrt{7-x}+2} + 2x+1 \quad (3).$$

Nhận thấy với $2 \leq x \leq 7$ thì $\frac{1}{\sqrt{x-2}+1} < 1 < \frac{1}{\sqrt{7-x}+2} + 2x+1$ nên (3) vô nghiệm.

Vậy phương trình có nghiệm $x = 3$.