

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học 9V - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

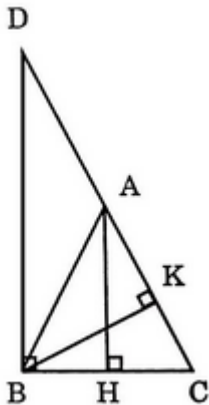
HÌNH HỌC

Câu 1. Cho tam giác ABC cân tại A với hai đường cao là AH và BK. Chứng minh rằng :

a) $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{4AH^2}$

b) $BC^2 = 2CK.AC$.

HD:



Dựng đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt đường thẳng AC tại D .

$\Rightarrow AH \parallel BD$, mà $HB = HC$ (gt) .

$\Rightarrow AD = AC \Rightarrow AH$ là đường trung bình của $\triangle BDC$.

a) Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle BDC$. $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BD^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{4AH^2}$ (vì $BD = 2AH$).

b) $BC^2 = CK.CD = 2CK.AC$ (và $AD = AC$).

ĐẠI SỐ

Câu 1. Rút gọn

a) $C = \sqrt{23+8\sqrt{7}} - \sqrt{7}$

b) $D = \sqrt{11-6\sqrt{2}} - 3 + \sqrt{2}$

c) $E = \sqrt{11-6\sqrt{2}} + 3 + \sqrt{2}$

d) $H = (3 - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$

HD:

a) $C = \sqrt{23+8\sqrt{7}} - \sqrt{7}$

$$= \sqrt{16+8\sqrt{7}+7} - \sqrt{7} = \sqrt{(4+\sqrt{7})^2} - \sqrt{7} = |4+\sqrt{7}| - \sqrt{7} = 4 + \sqrt{7} - \sqrt{7} = 4$$

b) $D = \sqrt{11-6\sqrt{2}} - 3 + \sqrt{2}$

$$= \sqrt{9-6\sqrt{2}+2} - 3 + \sqrt{2} = \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} - 3 + \sqrt{2} = 3 - \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = 0$$

c) $E = \sqrt{11-6\sqrt{2}} + 3 + \sqrt{2}$

$$= \sqrt{9-6\sqrt{2}+2} + 3 + \sqrt{2} = \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} + 3 + \sqrt{2} = 3 - \sqrt{2} + 3 + \sqrt{2} = 6$$

d) $H = (3-\sqrt{2}) \cdot \sqrt{11+6\sqrt{2}}$

$$= (3-\sqrt{2}) \cdot \sqrt{9+6\sqrt{2}+2} = (3-\sqrt{2}) \cdot \sqrt{(3+\sqrt{2})^2} = (3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2}) = 7$$

Câu 2. Rút gọn $C = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3}-1)}{\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{5}}$

HD:

$$C = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3}-1)}{\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} \cdot (\sqrt{3}-1)}{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} - \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}} = 2$$

Câu 3. Chứng minh số sau là số nguyên $\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}}$

HD:

$$\begin{aligned} & \sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}} \\ &= \sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}}}} \\ &= \sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-20-10\sqrt{3}}}} \\ &= \sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{28-10\sqrt{3}}}} \\ &= \sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{(5-\sqrt{3})^2}}} \\ &= \sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+25-5\sqrt{3}}} \\ &= \sqrt{4+\sqrt{25}} \\ &= \sqrt{4+5} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Câu 4. So sánh $\sqrt{2021} + \sqrt{2023}$ và $2\sqrt{2022}$

HD:

$$\left(\sqrt{2021} + \sqrt{2023}\right)^2 = 4044 + 2\sqrt{2023 \cdot 2021}$$

$$\left(2\sqrt{2022}\right)^2 = 8088 = 4044 + 4044$$

$$\text{Ta thấy: } 4044^2 > \left(2\sqrt{2021 \cdot 2023}\right)^2 \Rightarrow 4044 > 2\sqrt{2021 \cdot 2023}$$

$$\Rightarrow 4044 + 4044 > 4044 + 2\sqrt{2023 \cdot 2021} \Leftrightarrow B^2 > A^2 \Leftrightarrow B > A$$

Câu 5. Tìm GTNN của biểu thức $A = \sqrt{(2020-x)^2} + \sqrt{(2019-x)^2}$

HD:

$$A = \sqrt{(2020-x)^2} + \sqrt{(2019-x)^2} = \sqrt{(2020-x)^2} + \sqrt{(x-2019)^2} = |2020-x| + |x-2019|$$

Áp dụng bất đẳng thức $|a| + |b| \geq |a+b|$ ta có :

$$|2020-x| + |x-2019| \geq |2020-x+x-2019| = 1$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow (2020-x) \cdot (x-2019) \geq 0 \Leftrightarrow 2019 \leq x \leq 2020$$

Vậy GTNN của A bằng 1 khi $2019 \leq x \leq 2020$