

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊN
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:Ngày học:

CA 1

Câu 9. Giả sử có 2023 số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_{2023}$ thỏa mãn $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2023}} = 11$.

Chứng minh trong các số đã cho có ít nhất hai số bằng nhau.

HD:

PP Phản chứng:

Giả sử không có 2 số nào bằng nhau, vậy ta có: $1 \leq a_1, 2 \leq a_2, \dots, 2023 \leq a_{2023}$, từ đó ta chỉ ra điều trái với giả thiết:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2023}} \leq \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2023} < \frac{1}{1} + \left(\frac{1}{2^1} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{1025} + \dots + \frac{1}{2047}\right) < \frac{1}{1} + 2^1 \cdot \frac{1}{2^1} + 2^2 \cdot \frac{1}{2^2} + \dots + 2^{10} \cdot \frac{1}{2^{10}} = 11.$$

CA 2

Câu 1. Tìm số tự nhiên n để $5n + 3 \vdots 3n + 1$

HD:

$$5n + 3 \vdots 3n + 1 \Rightarrow 15n + 9 \vdots 3n + 1 \Rightarrow 15n + 5 + 4 \vdots 3n + 1 \Rightarrow 4 \vdots 3n + 1 \Rightarrow 3n + 1 \in U(4) = \{1, 2, 4\} \Rightarrow n \in \{0; 1\}$$

Câu 2. Tìm số chia và thương của một phép chia có số bị chia bằng 145, số dư bằng 12 biết rằng thương khác 1 (số chia và thương là các số tự nhiên).

HD:

Gọi x là số chia, a là thương, ta có $145 = ax + 12 (x > 12)$. Như vậy x là ước của $145 - 12 = 133$.

Phân tích ra thừa số nguyên tố: $133 = 7 \cdot 19$. Ước của 133 mà lớn hơn 12 là 19 và 133.

Nếu số chia bằng 19 thì thương bằng 7. Nếu số chia bằng 133 thì thương bằng 1, trái với đề bài.

Vậy số chia bằng 19, thương bằng 7.

Câu 3. Hãy viết số 108 dưới dạng tổng các số tự nhiên liên tiếp lớn hơn 0.

HD:

Giả sử số 108 viết được dưới dạng tổng của k số tự nhiên liên tiếp là $n + 1, n + 2, \dots, n + k$ với

$k, n \in \mathbf{N}, k \geq 2, n + 1 \geq 1$. Ta có:

$$(n+1) + (n+2) + \dots + (n+k) = 108$$

$$\frac{(2n+k+1) \cdot k}{2} = 108(2n+k+1) \cdot k = 216$$

Do đó ta chỉ cần tìm ước lẻ của 216, đồng thời trong hai số $2n+k+1$ và k có tích bằng 216, chọn k là số nhỏ hơn.

Phân tích ra thừa số nguyên tố: $216 = 2^3 \cdot 3^3$. Ước lẻ của 216 lớn hơn 1 là 3, 9, 27

Với $k=3$ thì $2n+k+1=72$, ta được $n=34$, do đó

$$108 = 35 + 36 + 37$$

Với $k=9$ thì $2n+k+1=24$, ta được $n=7$, do đó

$$108 = 8 + 9 + \dots + 16$$

Với $2n+k+1=27$ thì $k=8$, ta được $n=9$, do đó

$$108 = 10 + 11 + \dots + 17$$

Câu 4. Tìm số tự nhiên a biết rằng $400 < a < 500$, a chia 12 dư 7, chia 15 dư 13 và chia 24 dư 7.

HD:

$$\text{Ta có: } a - 7 : 12 \Rightarrow a + 17 : 12$$

$$a - 13 : 15 \Rightarrow a + 17 : 15$$

$$a - 7 : 24 \Rightarrow a + 17 : 24$$

$$\Rightarrow a + 17 : 12, 15, 24 \Rightarrow a + 17 \in BC(12, 15, 24) = B(120)$$

$$\text{Mà } 400 < a < 500 \Rightarrow 417 < a + 17 < 517 \Rightarrow a + 17 = 480 \Rightarrow a = 463.$$

Câu 5. Tìm hai số tự nhiên có tích bằng 432 và ƯCLN bằng 6.

HD:

Gọi hai số cần tìm là a, b ($a > b$).

$$\text{Ta có: } (a; b) = 6 \Rightarrow a = 6m, b = 6n \text{ với } (m; n) = 1.$$

$$ab = 432 \Rightarrow 6m \cdot 6n = 432 \Rightarrow m \cdot n = 12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4.$$

Vì $(m; n) = 1$ nên ta có các trường hợp sau :

$$\text{TH1: } \begin{cases} m = 12 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 72 \\ n = 6 \end{cases}.$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} m = 4 \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 24 \\ b = 18 \end{cases}.$$

Câu 6. Tìm hai số nguyên dương a, b biết $[a; b] = 240$ và $(a; b) = 16$.

HD:

$$(a; b) = 16 \Rightarrow a = 16m, b = 16n \text{ với } (m; n) = 1.$$

$$[a; b] = 240 \Rightarrow 16 \cdot mn = 240 \Rightarrow m \cdot n = 15 = 1 \cdot 15 = 3 \cdot 5.$$

Ta có bảng sau :

M	N	A	B
1	15	16	240
3	5	48	80
5	3	80	48
15	1	240	16

Câu 7. Tìm hai số biết tổng của chúng là 162 và ước chung lớn nhất bằng 18.

HD:

Gọi hai số cần tìm là a và b với $a > b$.

$$(a; b) = 18 \Rightarrow a = 18.m; b = 18.n \text{ với } (m; n) = 1.$$

$$a + b = 162 \Rightarrow 18.(m + 2) = 162 \Rightarrow m + n = 9 = 8 + 1 = 7 + 2 = 6 + 3 = 5 + 4.$$

$$\text{Vì } (m; n) = 1 \Rightarrow (m; n) = (8; 1); (7; 2); (5; 4).$$

Ta có bảng sau :

M	8	7	5
N	1	2	4
A	144	126	90
B	18	36	72