

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊN
BẤT ĐẲNG THỨC**

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho $M = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{100}-1}$. Chứng minh rằng: $50 < M < 100$

Câu 2. So sánh $A = \frac{2059}{1} + \frac{2058}{2} + \dots + \frac{2}{2058} + \frac{1}{2059}$ với 10000

Câu 3. Cho $a, b, c, d > 0$. Chứng minh

$A = \frac{a+b}{a+b+c} + \frac{b+c}{b+c+d} + \frac{c+d}{c+d+a} + \frac{d+a}{d+a+b}$ không là số nguyên.

Câu 4. Cho $0 < a < b < c < 1$ và $a+b > c$.

a) Chứng minh $a+b < ab+1$

b) Chứng minh $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} < 2$.

Câu 5. Cho $0 < a, b, c < 1$. Chứng minh $(1-a)(1-b)(1-c)(1-d) > 1-a-b-c-d$

Câu 6. Với mọi số tự nhiên $n > 1$ chứng minh rằng

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} < \frac{3}{4}$$

Câu 7. Cho hai phân số tối giản $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d > 0$).

Chứng minh tồn tại vô hạn phân số ở giữa hai phân số này (thứ tự trên trục số).

Câu 8. Cho $a; b; c; d$ là các số nguyên dương thỏa mãn: $a+b = c+d = 1000$ tìm giá trị lớn nhất của $\frac{a}{c} + \frac{b}{d}$.

Câu 9. Giả sử có 2023 số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_{2023}$ thỏa mãn $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2023}} = 11$.

Chứng minh trong các số đã cho có ít nhất hai số bằng nhau.

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊN
ƯỚC VÀ BỘI**

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:**Ngày học:**

Câu 1. Tìm n nguyên để các biểu thức sau là số nguyên (với các mẫu số khác 0).

a) $A = \frac{128}{4n+3}$

b) $C = \frac{2n-1}{3n-2}$

c) $D = \frac{n}{n^2-1}$

Câu 2. Tìm các số tự nhiên x và y :

a) $x+6=y(x-1)$

b) $x-3=y(x+2)$.

Câu 3. Chứng tỏ rằng một số có ba chữ số mà chữ số hàng chục, hàng đơn vị bằng nhau và tổng ba chữ số của số đó chia hết cho 7 thì số đó chia hết cho 7.

Câu 4. Viết số 608 thành tổng của các số tự nhiên liên tiếp.

Câu 5. Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng nó tăng gấp n lần nếu cộng mỗi chữ số của nó với n (n là số tự nhiên, có thể gồm một hoặc nhiều chữ số).

Câu 6. Một học sinh viết các số tự nhiên từ 1 đến \overline{abc} . Bạn đó phải viết tất cả m chữ số. Biết rằng m chia hết cho \overline{abc} , tìm \overline{abc} .

Câu 7. Tìm ƯCLN(2835;58005) bằng thuật toán Euclide, từ đó tìm BCNN.

Câu 8. Cho $A = \underbrace{11\dots11}_{2018 \text{ c/s } 1}$ và $B = \underbrace{11\dots11}_{8 \text{ c/s } 1}$. Tìm ƯCLN(A;B).

Câu 9. Cho X gồm 2002 chữ số 9, Y gồm 9 chữ số 9. Tìm ƯCLN của X và Y .

Câu 10. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng khi chia số đó cho 12 dư 11, chia 18 dư 17, chia 23 dư 9.

Câu 11. Tìm số tự nhiên n biết rằng khi chia 220, 250, 295 cho n được các số dư lần lượt là 28, 10, 7.

Câu 12. Một trường học có số học sinh khi xếp hàng 13, hàng 17 thì lần lượt dư ra 4 và 9 học sinh. Nếu xếp hàng 5 thì vừa đủ. Tính số học sinh của trường biết rằng số học sinh vào khoảng 2500 đến 3000 bạn.

Câu 13. Tìm a, b biết $a-b=7$ và $[a;b]=140$.

Câu 14. Tìm a, b biết $a+b=42, [a;b]=72$.

Câu 15. Tìm hai số tự nhiên a, b biết rằng $2a-3b=100$ và $15[a;b]+8(a;b)=1990$.

Câu 16. Biết \overline{abc} là bội chung của $\overline{ab}, \overline{ba}, \overline{ac}$, $b > 0$. Chứng minh:

a) \overline{abc} là bội của \overline{bc} . b) \overline{abc} là bội của 11.

Câu 17. Cho a, b là các số tự nhiên khác 0 sao cho $\frac{a+1}{b}$ và $\frac{b+1}{a}$ đều là các số tự nhiên. Gọi d là ước

chung lớn nhất của a và b . Chứng minh rằng $a+b \geq d^2$.

Câu 18.

a. Cho hai số nguyên dương a, b , biết rằng $(a, b) = 1$ và khác tính chẵn lẻ.

Chứng minh $(a^m + b^n, a^m - b^n) = 1$ với $\forall m, n \in \mathbb{N}^*$ và $a^m > b^n$.

b. Chứng minh $2019^{2016} + 2012^{2014}$ và $2019^{2016} - 2012^{2014}$ nguyên tố cùng nhau.

BTVN

Câu 1. Tìm số tự nhiên n để $5n + 3; 3n + 1$

Câu 2. Tìm số chia và thương của một phép chia có số bị chia bằng 145, số dư bằng 12 biết rằng thương khác 1 (số chia và thương là các số tự nhiên).

Câu 3. Hãy viết số 108 dưới dạng tổng các số tự nhiên liên tiếp lớn hơn 0.

Câu 4. Tìm số tự nhiên a biết rằng $400 < a < 500$, a chia 12 dư 7, chia 15 dư 13 và chia 24 dư 7.

Câu 5. Tìm hai số tự nhiên có tích bằng 432 và ƯCLN bằng 6.

Câu 6. Tìm hai số nguyên dương a, b biết $[a; b] = 240$ và $(a; b) = 16$.

Câu 7. Tìm hai số biết tổng của chúng là 162 và ước chung lớn nhất bằng 18.