

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊ**  
**ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ**

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**CA 1**

**Câu 10.** Gọi  $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$  là các số tự nhiên thỏa mãn  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2024}} = 1$ .

Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một số  $a_k$  là số chẵn.

HD:

Quy đồng:

$$a_2 a_3 \dots a_{2024} + a_1 a_3 \dots a_{2024} + \dots + a_1 a_2 \dots a_{2023} = a_1 a_2 \dots a_{2024} \quad (1)$$

Giả sử tất cả các số  $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$  là số lẻ. khi đó vế trái của (1) là tổng của 2024 số lẻ nên tổng là số chẵn, vế phải của (1) là số lẻ, mâu thuẫn. Suy ra điều phải chứng minh.

**BTVN**

**Câu 1.** Cho  $A = 1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 - \dots - \left(\frac{3}{4}\right)^{2019} + \left(\frac{3}{4}\right)^{2020}$

a. Tính A .

b. Chứng minh A không là số nguyên.

HD:

$$a. \frac{3}{4}A = \frac{3}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 - \left(\frac{3}{4}\right)^4 - \dots - \left(\frac{3}{4}\right)^{2020} + \left(\frac{3}{4}\right)^{2021}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}A + A = \left(\frac{3}{4}\right)^{2021} + 1 \Rightarrow A = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{2021} + 1}{\frac{3}{4} + 1}$$

$$b. \text{Ta có } \left(\frac{3}{4}\right)^{2021} < \frac{3}{4}$$

$$\text{Nên } \left(\frac{3}{4}\right)^{2021} + 1 < \frac{3}{4} + 1$$

Suy ra  $A < 1$  (tử nhỏ hơn mẫu), mà  $A > 0$  (do tử và mẫu đều dương). Nên  $0 < A < 1$

Vậy A không thể là số nguyên.

**Câu 2.** So sánh tổng  $S = \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{41} + \frac{1}{42}$  với  $\frac{1}{2}$

HD:

Ta có:  $\frac{1}{9} + \frac{1}{10} < \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$  và  $\frac{1}{41} + \frac{1}{42} < \frac{1}{40} + \frac{1}{40} = \frac{1}{20}$  nên  $S < \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{1}{2}$

**Câu 3.** Cho  $B = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{2021^3}$ . Chứng minh rằng  $B < \frac{1}{2^2}$ .

HD:

$$\text{Ta có: } \frac{1}{2^3} < \frac{1}{1.2.3}$$

$$\frac{1}{3^3} < \frac{1}{2.3.4}$$

$$\frac{1}{4^3} < \frac{1}{3.4.5}$$

...

$$\frac{1}{2021^3} < \frac{1}{2020.2021.2022}$$

$$\text{Do đó } B < \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{2020.2021.2022}$$

$$\text{Mà } \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{2020.2021.2022}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{2.3.4} + \frac{2}{3.4.5} + \dots + \frac{2}{2020.2021.2022} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2020.2021} - \frac{1}{2021.2022} \right)$$

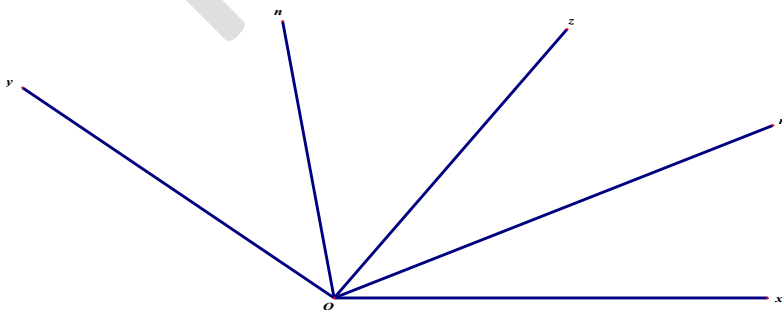
$$= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2021.2022} \right) < \frac{1}{2^2}$$

$$\text{Suy ra } B < \frac{1}{2^2}$$

$$\text{Vậy } B < \frac{1}{2^2}$$

## CA 2

**Bài 13.** Cho  $\widehat{xOy} = 136^\circ$ . Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy. Om là tia phân giác góc xOz, On là tia phân giác góc yOz. Tính góc  $\widehat{mOn}$ .

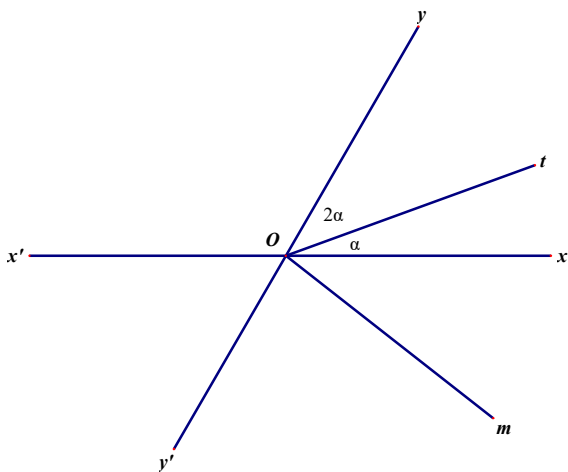


$$\text{HD: } \widehat{mOn} = \frac{136^\circ}{2} = 68^\circ$$

**Bài 14.** Cho góc  $xOy$  và tia  $Ot$  nằm giữa hai tia  $Ox, Oy$  sao cho  $\widehat{tOy} = 2\widehat{tOx}$ . Gọi  $Ox'$  là tia đối của tia  $Ox, Oy'$  là tia đối của tia  $Oy$ . Tia  $Om$  nằm giữa hai tia  $Ox$  và  $Oy'$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{2\widehat{mOx'} + \widehat{mOy'}}{3} + \widehat{mOt} = 180^\circ.$$

HD:



Kí hiệu  $\widehat{mOt} = \alpha; \widehat{yOt} = 2\alpha$ .

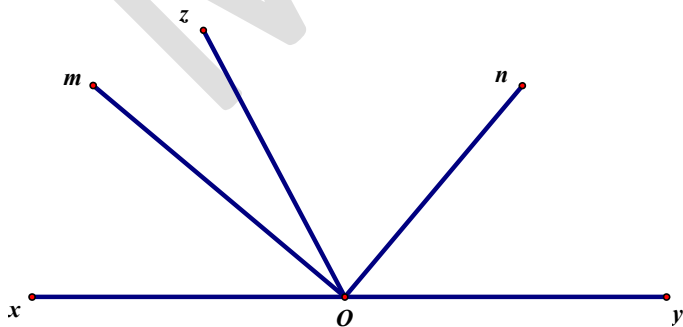
Ta có:  $\widehat{mOx'} = 180^\circ - \widehat{mOx}$ ;  $\widehat{mOy'} = 180^\circ - \widehat{x'Oy'} - \widehat{mOx}$ ;  $\widehat{mOt} = \widehat{mOx} + \widehat{xOt}$

$$\text{Vậy: } \frac{2\widehat{mOx'} + \widehat{mOy'}}{3} + \widehat{mOt} = \frac{2(180^\circ - \widehat{mOx}) + 180^\circ - \widehat{x'Oy'} - \widehat{mOx}}{3} + \widehat{mOx} + \widehat{xOt}$$

$$\frac{2\widehat{mOx'} + \widehat{mOy'}}{3} + \widehat{mOt} = \frac{540^\circ - 3\alpha - 3\widehat{mOx}}{3} + \widehat{mOx} + \alpha = 180^\circ$$

**Bài 15.** Cho  $Ox$  và  $Oy$  là hai tia đối nhau, tia  $Oz$  bất kì sao cho  $\widehat{zOx}$  là góc nhọn. Tia  $Om$  nằm giữa  $Ox$  và  $Oz$  sao cho  $\widehat{xOm} = 2\widehat{zOm}$ . Tia  $On \perp Om$ . Chứng minh rằng:  $\widehat{zOn} - \frac{1}{2}\widehat{yOn} = 45^\circ$ .

HD:



Ký hiệu  $\widehat{mOz} = \alpha \Rightarrow \widehat{mOx} = 2\alpha$ . Ta có:

$$\widehat{zOn} = \widehat{mOn} - \widehat{mOz} = 90^\circ - \alpha$$

$$\widehat{yOn} = 180^\circ - \widehat{mOn} - \widehat{xOm} = 180^\circ - 90^\circ - 2\alpha$$

Vậy :  $\widehat{zOn} - \frac{1}{2}\widehat{yOn} = 90^0 - \alpha - \frac{1}{2}(180^0 - 90^0 - 2\alpha) = 45^0$ .

**Bài 16.** Qua điểm M vẽ n đường thẳng phân biệt.

a. Biết  $n = 46$ . Hỏi có bao nhiêu cặp góc đối đỉnh nhỏ hơn góc bẹt

b. Biết có 2450 cặp góc đối đỉnh nhỏ hơn góc bẹt. Tính n

HD:

N đường thẳng phân biệt tạo thành  $2n$  tia chung gốc. Số góc tạo thành là:  $2n(2n-1):2 = n(2n-1)$ . Số

góc bẹt tạo thành là n góc. Vậy số góc khác góc bẹt tạo thành là:  $n(2n-1) - n = 2n^2 - 2n$ . Số cặp góc

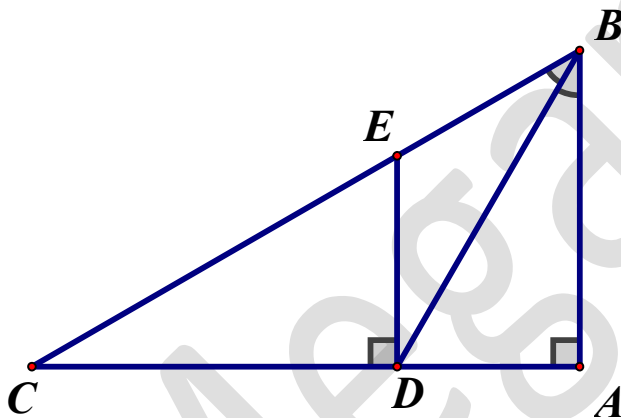
đối đỉnh khác góc bẹt là:  $(2n^2 - 2n):2 = n(n-1)$

a.  $n = 46$  thì có số cặp góc đối đỉnh khác góc bẹt là:  $45 \times 46 = 2070$ .

b.  $n(n-1) = 2450 \Rightarrow n = 50$ .

**Bài 17.** Cho tam giác ABC có  $\widehat{A} = 90^0; \widehat{B} = 60^0$ . Tia phân giác của góc  $\widehat{ABC}$  cắt AC tại D. Tính  $\widehat{BDC}$ .

HD:



Từ D kẻ tia Dx vuông góc với AC, Dx cắt BC tại E. Ta có:  $\widehat{DBA} = \widehat{DBC} = 30^0$ . Vì  $DE \parallel BA$  nên

$\widehat{DBA} = \widehat{BDE} = 30^0 \Rightarrow \widehat{BDC} = 90^0 + 30^0 = 120^0$ .