

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊN
SO SÁNH SỐ HỮU TỈ**

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho $0 < a, b, c < 1$. Chứng minh $(1-a)(1-b)(1-c)(1-d) > 1-a-b-c-d$

Câu 2. Cho hai phân số tối giản $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d > 0$).

Chứng minh tồn tại vô hạn phân số ở giữa hai phân số này (thứ tự trên trục số).

Câu 3. Cho $a; b; c; d$ là các số nguyên dương thỏa mãn : $a+b = c+d = 1000$.

Tìm giá trị lớn nhất của $\frac{a}{c} + \frac{b}{d}$.

Câu 4. So sánh $A = \frac{2006}{2007} - \frac{2007}{2008} + \frac{2008}{2009} - \frac{2009}{2010}$; $B = -\frac{1}{2006 \cdot 2007} - \frac{1}{2008 \cdot 2009}$

Câu 5.

a) Cho 13 số hữu tỉ, trong đó tổng của 4 số bất kì nào cũng là một số dương. Hỏi tổng của 13 số đó là số dương hay số âm?

b) Cho 13 số hữu tỉ, trong đó tích của 3 số bất kì nào cũng là một số âm. Chứng minh rằng 13 số đã cho đều là số âm.

Câu 6. Chứng minh rằng không thể viết được một dãy gồm 12 số sao cho thỏa mãn đồng thời cả hai điều kiện sau:

Tổng của 9 số bất kì liên tiếp là một số dương (điều kiện 1);

Tổng của 6 số bất kì liên tiếp là một số âm (điều kiện 2).

Câu 7.

a) Cho 5 số a_1, a_2, a_3, a_4 và a_5 mà mỗi số bằng 1 hoặc -1.

Chứng minh rằng $S_5 \neq 0$ nếu $S_5 = a_1 \cdot a_2 + a_2 \cdot a_3 + a_3 \cdot a_4 + a_4 \cdot a_5 + a_5 \cdot a_1$.

b) Cho 6 số a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 và a_6 mà mỗi số bằng 1 hoặc -1.

Chứng minh rằng $S_6 \neq 0$ nếu $S_6 = a_1 \cdot a_2 + a_2 \cdot a_3 + a_3 \cdot a_4 + a_4 \cdot a_5 + a_5 \cdot a_6 + a_6 \cdot a_1$.

c) Cho n số $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ mà mỗi số bằng 1 hoặc -1.

Chứng minh rằng $S_n = a_1 \cdot a_2 + a_2 \cdot a_3 + a_3 \cdot a_4 + \dots + a_n \cdot a_1 = 0$ khi và chỉ khi n chia hết cho 4.

Câu 8.

a) Cho 13 số nguyên $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_{13}$ và 13 số $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, \dots, b_{13}$ cũng là các số nguyên đó nhưng được viết theo một thứ tự khác. Hỏi tích T là số chẵn hay lẻ, nêu:

a) $T = (a_1 - b_1) \cdot (a_2 - b_2) \cdot (a_3 - b_3) \cdot \dots \cdot (a_{13} - b_{13})$.

b) Cho 5 số tự nhiên khác 0, là a, b, x, y, z thỏa mãn $a^2 + b^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

Hỏi tổng S có là số nguyên tố không, nếu: $S = a + b + x + y + z$?

Câu 9.

a) Viết 60 số hữu tỉ -1 hoặc 1 thành một vòng tròn theo chiều kim đồng hồ sao cho tích của ba số bất kì cạnh nhau bằng -1 . Tìm tổng của 60 số đó.

b) Viết 11 số hữu tỉ thành một vòng tròn theo chiều kim đồng hồ sao cho tích của hai số bất kì cạnh nhau bằng 9 . Tìm tổng của 11 số đó.

Câu 10. Gọi $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ là các số tự nhiên thỏa mãn $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2024}} = 1$.

Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một số a_k là số chẵn.

BTVN

Câu 1. Cho $A = 1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 - \dots - \left(\frac{3}{4}\right)^{2019} + \left(\frac{3}{4}\right)^{2020}$

a) Tính A .

b) Chứng minh A không là số nguyên.

Câu 2. So sánh tổng $S = \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{41} + \frac{1}{42}$ với $\frac{1}{2}$

Câu 3. Cho $B = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{2021^3}$. Chứng minh rằng $B < \frac{1}{2^2}$.

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊN
ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, VUÔNG GÓC**
Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên: Ngày học:

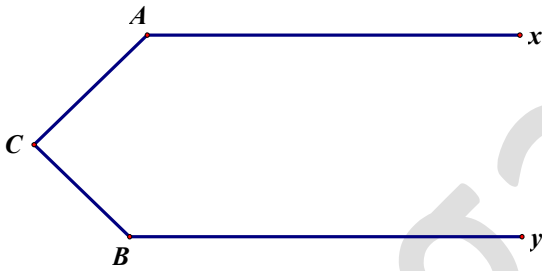
Câu 1. Chứng minh rằng hai tia phân giác của hai góc đối đỉnh là hai tia đối nhau.

Câu 2. Trên đường thẳng AA' lấy điểm O . Trên nửa mặt phẳng có bờ AA' vẽ tia OB sao cho $\widehat{AOB} = 45^\circ$, trên nửa mặt phẳng còn lại vẽ tia OC vuông góc với tia OA .

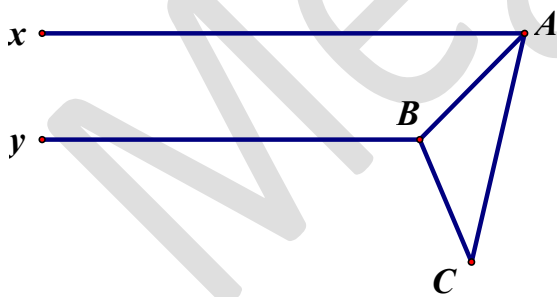
- Gọi OB' là tia phân giác góc $\widehat{A'OC}$ hãy chỉ ra \widehat{AOB} và $\widehat{A'OB'}$ là hai góc đối đỉnh
- Trên nửa mặt phẳng bờ AA' chứa tia OB vẽ tia OD vuông góc OB . Tính $\widehat{A'OD}$ rồi suy ra OA' là tia phân giác $\widehat{B'OD}$

Câu 3. Cho hình vẽ sau, biết $\widehat{CAx} + \widehat{ACB} > 180^\circ$, chứng minh rằng:

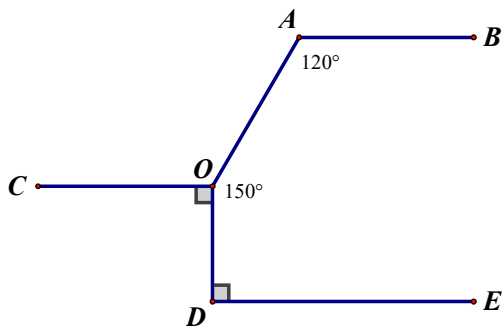
- Nếu $Ax \parallel By$ thì $\widehat{xAC} + \widehat{ACB} + \widehat{CBy} = 360^\circ$
- Nếu $\widehat{xAC} + \widehat{ACB} + \widehat{CBy} = 360^\circ$ thì $Ax \parallel By$



Câu 4. Cho hình vẽ, biết $Ax \parallel By$ và $\widehat{CBy} > \widehat{ACB}$, chứng minh rằng $\widehat{yBC} = \widehat{xAC} + \widehat{ACB}$.

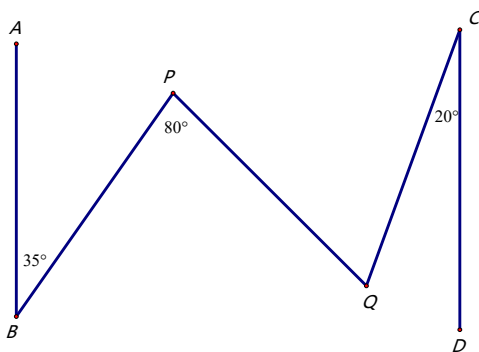


Câu 5. Cho hình vẽ sau, hỏi AB , OC và DE có song song với nhau hay không?



Câu 6. Cho 7 đường thẳng đôi một cắt nhau. Chứng minh rằng trong số các đường thẳng đó tồn tại 2 đường thẳng tạo với nhau một góc nhỏ hơn 26°

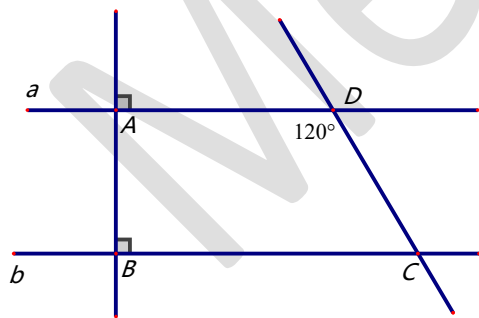
Câu 7. Cho hình vẽ, biết $AB \parallel CD$, $\widehat{ABP} = 35^\circ$, $\widehat{BPQ} = 80^\circ$, $\widehat{QCD} = 20^\circ$, tính \widehat{CQP} .



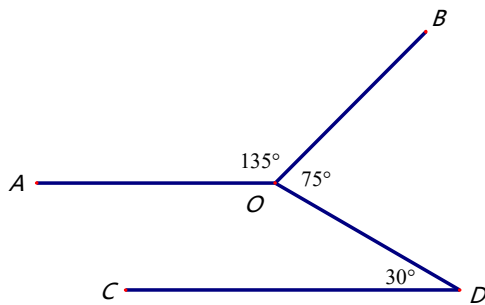
Câu 8. Cho hai tia Ax, By không song song và điểm M bất kỳ. Không xác định giao điểm của Ax và By, dựng đường thẳng qua M vuông góc với tia phân giác của góc giữa Ax và By

Câu 9. Cho 5 đường thẳng bất kỳ, không có hai đường thẳng nào song song. Chứng minh rằng tồn tại hai đường thẳng tạo với nhau một góc không vượt quá 36° .

Câu 10. Cho hình vẽ, tính số đo góc C



Câu 11. Cho hình vẽ, chứng minh $AO \parallel CD$



Câu 12. Cho Ox và Oy là hai tia đối nhau, tia Oz bất kì sao cho \widehat{zOx} là góc nhọn. Tia Om nằm giữa Ox và Oz sao cho $\widehat{zOm} = \frac{1}{7}\widehat{zOx}$. Tia On \perp Om. Chứng minh rằng: $\widehat{zOn} - \frac{1}{6}\widehat{yOn} = 75^0$.

BTVN:

Câu 13. Cho $\widehat{xOy} = 136^0$. Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy. Om là tia phân giác góc xOz, On là tia phân giác góc yOz. Tính góc \widehat{mOn} .

Câu 14. Cho góc xOy và tia Ot nằm giữa hai tia Ox, Oy sao cho $\widehat{tOy} = 2\widehat{tOx}$. Gọi Ox' là tia đối của tia Ox, Oy' là tia đối của tia Oy. Tia Om nằm giữa hai tia Ox và Oy'. Chứng minh rằng:

$$\frac{2\widehat{mOx'} + \widehat{mOy'}}{3} + \widehat{mOt} = 180^0.$$

Câu 15. Cho Ox và Oy là hai tia đối nhau, tia Oz bất kì sao cho \widehat{zOx} là góc nhọn. Tia Om nằm giữa Ox và Oz sao cho $\widehat{xOm} = 2\widehat{zOm}$. Tia On \perp Om. Chứng minh rằng: $\widehat{zOn} - \frac{1}{2}\widehat{yOn} = 45^0$.

Câu 16. Qua điểm M vẽ n đường thẳng phân biệt.

- Biết $n = 46$. Hỏi có bao nhiêu cặp góc đối đỉnh nhỏ hơn góc bẹt
- Biết có 2450 cặp góc đối đỉnh nhỏ hơn góc bẹt. Tính n

Câu 17. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^0; \widehat{B} = 60^0$. Tia phân giác của góc \widehat{ABC} cắt AC tại D. Tính \widehat{BDC} .