

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊN
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên: Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 1. Tìm x, y, z biết

a. $\frac{x+4}{7+y} = \frac{4}{7}, x+y=22$

b. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}, 2x^2 + 3y^2 - 5z^2 = -405$

HD:

a. $\frac{x+4}{7+y} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{x+4}{4} = \frac{7+y}{7} = \frac{x+y+11}{11} = \frac{33}{11} = 3 \Rightarrow x=8, y=14$

b. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{16} = \frac{2x^2}{8} = \frac{3y^2}{27} = \frac{5z^2}{80} = \frac{2x^2 + 3y^2 - 5z^2}{8+27-80} = \frac{-405}{-45} = 9$

$\Rightarrow x^2 = 36; y^2 = 81; z^2 = 144$

Vì $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ nên x,y,z cùng dấu, vậy ta có hai kết quả:

$\Rightarrow \begin{cases} x=6, y=9, z=12 \\ x=-6, y=-9, z=-12 \end{cases}$

Câu 2. Tìm các số x, y, z biết

a. $\frac{x+50}{x+68} = \frac{x-15}{x-10}$

b. $\frac{18x-27y}{100} = \frac{27y-24z}{101} = \frac{24z-18x}{102}, x+y+z=116$

HD:

a.

$\frac{x+50}{x+68} = \frac{x-15}{x-10} \Rightarrow \frac{x+50}{x+68} = \frac{x-15}{x-10} = \frac{x+50-(x-15)}{x+68-(x-10)} = \frac{65}{78} = \frac{5}{6}$

$\Rightarrow 5(x+68) = 6(x+50)$

$\Rightarrow 5x+340 = 6x+300 \Rightarrow x=40$

b. $\frac{18x-27y}{100} = \frac{27y-24z}{101} = \frac{24z-18x}{102} = \frac{18x-27y+27y-24z+24z-18x}{100+101+102} = 0$

$\Rightarrow 18x = 27y = 24z \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{8} = \frac{z}{9} = \frac{x+y+z}{12+8+9} = \frac{116}{29} = 4$

$\Rightarrow x = 48, y = 32, z = 36$

Câu 3. Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a}$ trong đó $a + b + c + d \neq 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$\frac{2a-b}{c+d} + \frac{2b-c}{d+a} + \frac{2c-d}{a+b} + \frac{2d-a}{b+c}$$

HD: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a} = \frac{a+b+c+d}{a+b+c+d} = 1 \Rightarrow a = b = c = d$

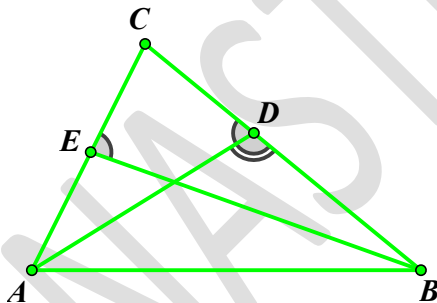
Vậy $\frac{2a-b}{c+d} + \frac{2b-c}{d+a} + \frac{2c-d}{a+b} + \frac{2d-a}{b+c} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$

HÌNH HỌC

Câu 9: Cho tam giác ABC, hai đường phân giác AD, BE. Chứng minh rằng:

- a. Nếu $\widehat{ADC} = \widehat{BEC}$ thì $\widehat{A} = \widehat{B}$
- b. Nếu $\widehat{ADB} = \widehat{BEC}$ thì $\widehat{A} + \widehat{B} = 120^\circ$.

HD:



a. $\widehat{ADC} = \frac{\widehat{A}}{2} + \widehat{B}; \widehat{BEC} = \frac{\widehat{B}}{2} + \widehat{A}$

$$\widehat{ADC} = \widehat{BEC} \Rightarrow \frac{\widehat{A}}{2} + \widehat{B} = \frac{\widehat{B}}{2} + \widehat{A}$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B}$$

b. $\widehat{ADB} = \widehat{C} + \frac{\widehat{A}}{2}; \widehat{BEC} = \frac{\widehat{B}}{2} + \widehat{A}$

$$\widehat{ADB} = \widehat{BEC} \Rightarrow \widehat{C} + \frac{\widehat{A}}{2} = \frac{\widehat{B}}{2} + \widehat{A}$$

$$\Rightarrow \widehat{C} + \frac{\widehat{A}}{2} - \frac{\widehat{B}}{2} - \widehat{A} = 0$$

$$\Rightarrow \widehat{C} - \frac{\widehat{A}}{2} - \frac{\widehat{B}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow 2\widehat{C} - \widehat{A} - \widehat{B} = 0$$

$$\Rightarrow 3\widehat{C} - (\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}) = 0$$

$$\Rightarrow 3\widehat{C} = \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{C} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{B} = 120^\circ$$

HD:

Câu 12: Cho tam giác ABC có $5\widehat{A} = 3\widehat{B} = 15\widehat{C}$.

a. Tính các góc của tam giác ABC.

b. Tia phân giác góc A cắt BC tại D. Tính \widehat{ADB}

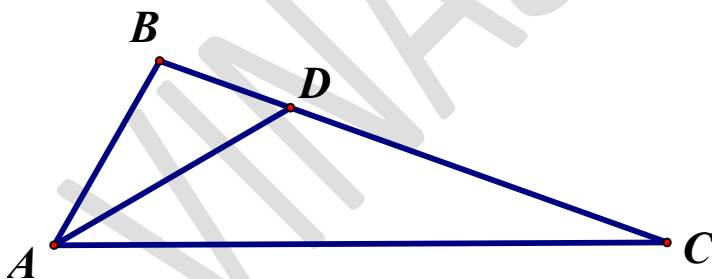
HD:

$$5\widehat{A} = 3\widehat{B} = 15\widehat{C} \Rightarrow \frac{5\widehat{A}}{15} = \frac{3\widehat{B}}{15} = \frac{15\widehat{C}}{15}$$

$$\text{a.} \Rightarrow \frac{\widehat{A}}{3} = \frac{\widehat{B}}{5} = \frac{\widehat{C}}{1} = \frac{\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}}{3+5+1} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{A} = 60^\circ \\ \widehat{B} = 100^\circ \\ \widehat{C} = 20^\circ \end{cases}$$

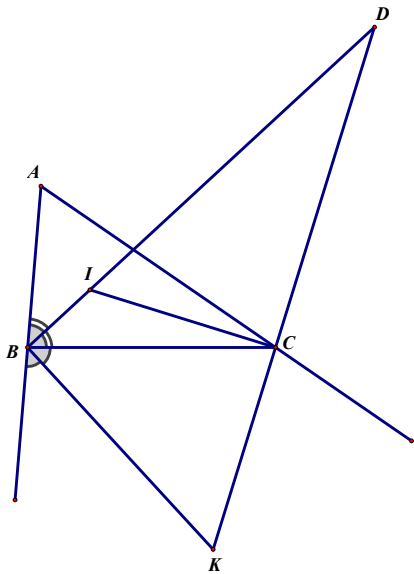
b. Trong tam giác ABD có: $\widehat{BAD} = \frac{\widehat{A}}{2} = 30^\circ$; $\widehat{ABD} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{ADB} = 50^\circ$



Câu 13: Các tia phân giác trong của góc B và C của tam giác ABC cắt nhau tại I, còn các tia phân giác góc ngoài đỉnh B và C cắt nhau tại K

a. Tính \widehat{BIC} và \widehat{BKC} theo góc A của tam giác ABC

b. Gọi giao điểm của các tia BI và KC là D. Tính \widehat{BDC} theo góc A của tam giác ABC



HD:

a. Xét tam giác BIC có $\widehat{IBC} + \widehat{ICB} = \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} \Rightarrow \widehat{BIC} = 180^\circ - \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} = 90^\circ + \frac{\widehat{A}}{2}$

Xét tam giác BKC có $\widehat{KBC} + \widehat{KCB} = \frac{180^\circ - \widehat{B}}{2} + \frac{180^\circ - \widehat{C}}{2} = \frac{360^\circ - \widehat{B} - \widehat{C}}{2} = 180^\circ - \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2}$
 $= 90^\circ + \frac{\widehat{A}}{2} \Rightarrow \widehat{BKC} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2}$

b. Xét tam giác BDC có $\widehat{DBC} = \frac{\widehat{B}}{2}$ và $\widehat{DCB} = 90^\circ + \frac{\widehat{C}}{2}$ do đó $\widehat{BDC} = 180^\circ - \frac{\widehat{B}}{2} - 90^\circ - \frac{\widehat{C}}{2} = \frac{\widehat{A}}{2}$