BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊN
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học Zoom 8M1 – 18h00 – 21h15 – Tối thứ 3

Họ và tên: ....Ngày học: ....

CA 1

Câu 1. Rút gọn:

a) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(3x+1)^2$ b) $(2x-3)^2+(x+2)^2$

HD:

a) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(3x+1)^2=10x^2+5x+\frac{5}{4}$

b) $(2x-3)^2+(x+2)^2=5x^2-8x+13$

Câu 2. Phân tích thành nhân tử:

a) x^2-4y^2 b) $4x^2-9y^2$ c) $(3x+2y)^2-(2x+y)^2$

HD:

a) $x^2-4y^2=(x-2y)(x+2y)$

b) $4x^2-9y^2=(2x-3y)(2x+3y)$

c) $(3x+2y)^2-(2x+y)^2=(5x+3y)(x+y)$

CA 2

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi I, P, Q theo thứ tự là giao điểm các đường phân giác của tam giác ABC, ABH và ACH. Chứng minh rằng E là trực tâm của tam giác APQ.

HD:

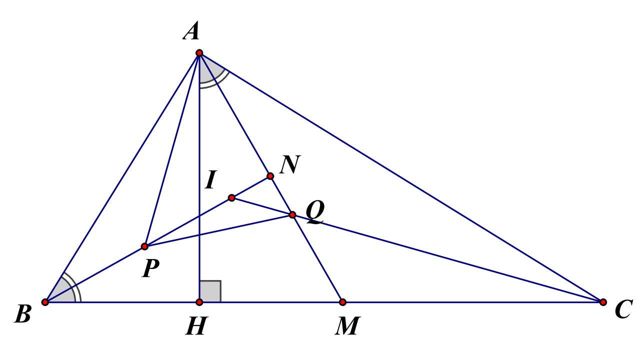
Rõ ràng B, P, I thẳng hàng, và C, Q, I cũng là 3 điểm thẳng hàng.

Kéo dài BP cắt AQ tại N.

Ta có:

$\widehat{ABC}=\widehat{CAH}$ (cùng phụ với góc ACB)

Nên: $\widehat{ABI}=\frac{1}{2}\widehat{ABC}=\frac{1}{2}\widehat{CAH}=\widehat{CAQ}$



Do: $\widehat{CAQ}+\widehat{QAB}=90^0$ nên $\widehat{ABI}+\widehat{QAB}=90^0 \Rightarrow \widehat{ANB}=90^0 \Rightarrow BN\perp NA \Rightarrow PI\perp AQ$

Vậy PI là đường cao của tam giác APQ

Chứng minh tương tự ta cũng có: $QI\perp AP$ nên QI cũng là đường cao của tam giác APQ

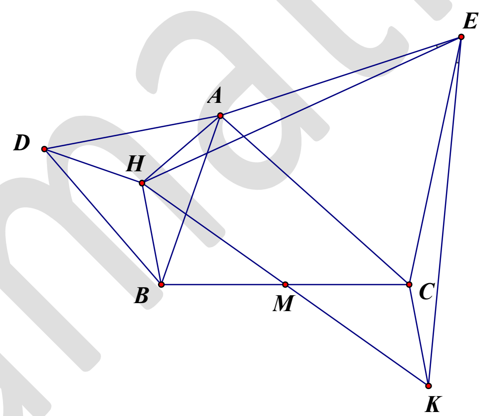
Vậy I là trực tâm của tam giác APQ (đpcm)

Câu 2. Cho tam giác nhọn ABC, vẽ về phía ngoài tam giác ấy các tam giác đều ABD; ACE. Gọi M là trung điểm của BC, H là trực tâm của tâm giác ABD.Tính các góc cuả tam giác HME.

HD:

Trên nửa mặt phẳng bờ HE lấy điểm K sao cho tam giác EHK là tam giác đều.

Kí hiệu $\widehat{A},\ \widehat{B},\ \widehat{C}$ là các góc của tam giác ABC.



Do: $\widehat{AEC}=\widehat{HEK}=60^0 \Rightarrow \widehat{AEH}=\widehat{CEK}$

Xét hai tam giác EAH và ECK có

- EA =EC
- $\widehat{AEH}=\widehat{CEK}$
- EH=EK

Vậy $\Delta EAH=\Delta ECK$ (c.g.c)

Suy ra CK=AH=HB (1)

Và $\widehat{ECK}=\widehat{EAH}=\widehat{EAC}+\widehat{A}+\widehat{BAH}=60^0+\widehat{A}+30^0=\widehat{A}+90^0$

Do vậy:

$$\begin{aligned}\widehat{KCB}&=360^0-\widehat{ECK}-\widehat{ECA}-\widehat{C}\\&=360^0-\left(\widehat{A}+90^0\right)-60^0-\widehat{C}\\&=210^0-\left(\widehat{A}+\widehat{C}\right)\\&=30^0+\widehat{B}\\&=\widehat{ABH}+\widehat{B}=\widehat{CBH}\end{aligned}$$

Từ đó: $\widehat{KCB}=\widehat{CBH}$ nên CK//BH (2)

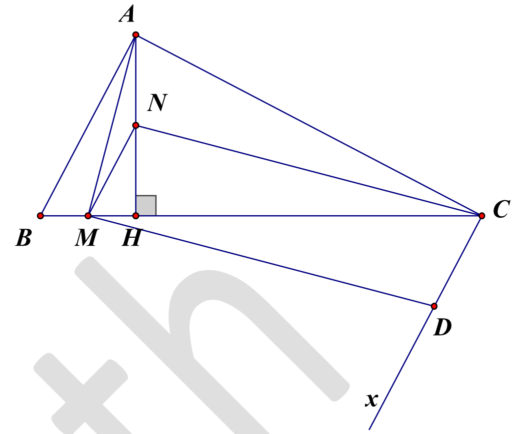
Từ (1) và (2) ta có CK//BH và CK=BH. Khi đó BC và HK cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn.

Do M là trung điểm của BC nên M sẽ là trung điểm của HK.

Do tam giác EHK đều nên ta có các góc của tam giác HME như sau:

$\widehat{HME} = 90^0$; $\widehat{HEM} = 30^0$ và $\widehat{EHM} = 60^0$

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm B vẽ tia Cx $\perp$ AC. Trên tia Cx lấy điểm D sao cho AB=2CD. Gọi M là trung điểm của BH. Chứng minh rằng AM$\perp$ MD.



HD:

Gọi N là trung điểm AH. Khi đó chứng minh được

$MN//AB,\ MN = \frac{1}{2}AB\ (1)$

mà AB$\perp$ AC nên MN$\perp$ AC

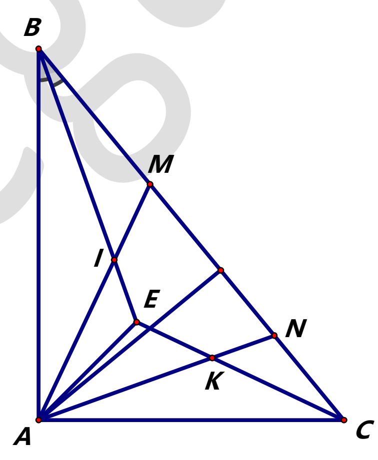
Trong tam giác AMC thì AN, MN là các đường cao nên N là trực tâm của tam giác AMC. Từ đó CN $\perp$ AM (*)

Mặt khác, theo đề bài: $CD//AB,\ CD = \frac{1}{2}AB\ (2)$

Từ (1) và (2): MN//CD và MN=CD. Do đó CN//MD và CN=MD (**)

Từ (*) và (**) suy ra AM$\perp$ MD. (đpcm).

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi E, I, K theo thứ tự là giao các phân giác tam giác ABC, ABH, ACH. Chứng minh rằng $AE \perp IK$



Hướng dẫn: Gọi M và N là giao AI và AK với BC. Tam giác ABN cân tại B nên BI vuông góc AN hay IE vuông góc AK, tương tự EK vuông góc AI do đó E là trực tâm tam giác AIK, dẫn tới AE vuông góc IK.