BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 12

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

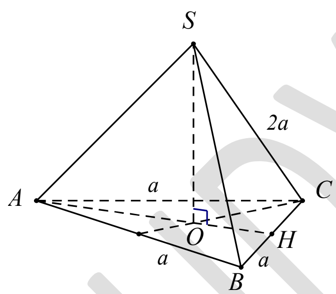
Tài liệu lớp học 12A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:...Ngày học:..

HÌNH HỌC

Câu 16. Cho chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Chứng minh rằng chân đường cao kẻ từ S của hình chóp là tâm của tam giác đều ABC. Tính thể tích chóp đều $S.ABC$.

HD:



Dựng $SO \perp (ABC)$. Ta có $SA = SB = SC \Rightarrow OA = OB = OC$.

Vậy O là tâm tam giác đều ABC. Ta có tam giác ABC đều nên

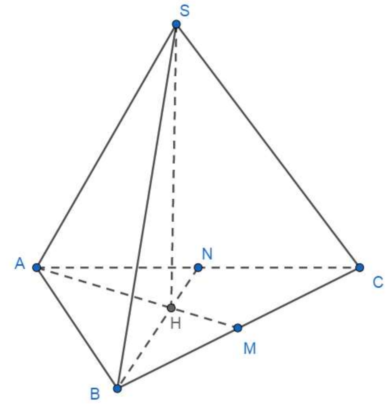
$$OA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\Delta SAO \Rightarrow SO^2 = SA^2 - OA^2 = \frac{11a^2}{3} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}.$$

Vậy $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SO = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Câu 19. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a, góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

HD:



Gọi H là tâm của tam giác đều ABC. Do $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SH \perp (ABC)$ tại H (1).

Gọi N là trung điểm của AC. Do tam giác ABC đều nên $BN \perp AC$.

Xét tam giác ABN vuông tại N: $BN = AB.\sin\widehat{BAC} = a.\sin 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

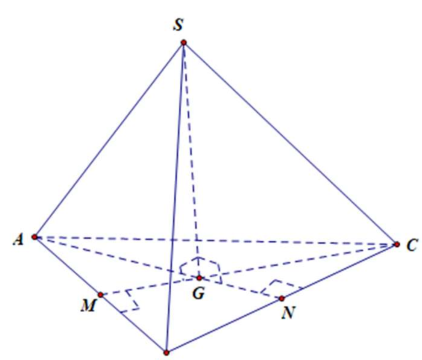
Ta có $BH = \dfrac{2}{3}BN = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có B là hình chiếu của B lên (ABC), H là hình chiếu của S lên (ABC)(do (1)) nên BH là hình chiếu của SB lên (ABC). Do đó $(SB,(ABC)) = (SB,BH) = \widehat{SBH} = 60^\circ$.

Xét ΔSBH vuông tại H. Có $SH = BH.\tan 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = a$.

Thể tích $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 20. Tính thể tích khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a.



Gọi G là tâm tam giác đều ABC, N là trung điểm của BC. Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên ta có $SG \perp (ABC)$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.BC.\sin\widehat{ABC} = \frac{1}{2}.a.a.\sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có: $SN = AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GN = \frac{1}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Trong tam giác vuông SGN có: $SG = \sqrt{SN^2 - GN^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{36}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

ĐẠI SỐ

Câu 1. Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

A. $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

HD:

Xét hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{7}{3}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

HD:

Xét hàm số $y = f(x) = \dfrac{1}{x-1}$

Ta có $y' = \dfrac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Mà $(2;+\infty) \subset (1;+\infty)$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

Vậy chọn phương án B.

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là

A. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

HD:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \dfrac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 4. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-5;-2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;3)$.

HD:

Tập xác định : $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-5;-2)$.

Câu 6. Hàm số $y=x^4-2x^2+2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

HD:

Hàm số $y=x^4-2x^2+2019$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-4x$.

$$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow 4x(x-1)(x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=1 \end{array}\right. .$$

Bảng xét dấu đạo hàm:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $y=x^4-2x^2+2019$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+6x-1$. Khẳng định nào dưới đây là **ĐÚNG?**

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

HD:

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=-x^2+x+6$

$$y'=0 \Leftrightarrow -x^2+x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=3 \end{array}\right.$$

x	-∞		-2		3		+∞
y'		-	0	+	0	-	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+6x-1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;2)$.

HD:

Ta có: $y' = -x^2 - x + 6$; $y' > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.
Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng về tính đơn điệu của hàm số $y = \dfrac{x+3}{x-4}$?

A. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;5)$.

D. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

HD:

TXĐ: $D = \mathbb{R}\setminus\{4\}$

$y = \dfrac{x+3}{x-4} \Rightarrow y' = \dfrac{-7}{(x-4)^2} < 0, \forall x \neq 4 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 10. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng về tính đơn điệu của hàm số $y = \dfrac{x-3}{x}$?

A. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

HD:

TXĐ: $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$y = \dfrac{x-3}{x} \Rightarrow y' = \dfrac{3}{x^2} > 0, \forall x \neq 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x$ **B.** $y = x^3 + 3x$ **C.** $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ **D.** $y = x^4 - 3x^2 + 1$

HD:

Nhận xét $y = x^3 + 3x$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.
Do đó hàm số $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B.Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$.

HD:

TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Ta có: $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0$ với $\forall x\in$ TXĐ nên hàm số đã cho luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

Câu 13. Cho hàm số $y=\sin x-2x+2024$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;\sqrt{2})$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số là hàm số chẵn.

HD:

Ta có: $y'=\cos x-2<0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 14. Hàm số $y=x^4-2x^2-3$ đồng biến trên những khoảng nào sau đây?

A. $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

B. $(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;-1)\cup(0;1)$.

D. $(0;+\infty)$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)\cup(-2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;2017)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0:+\infty)$.

HD:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{5}{(x+2)^2}>0,\forall x\neq -2$ suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$. Từ đó A, C, D đều đúng. Hơn nữa ta chỉ xét tính đơn điệu của hàm số trên tập K, trong đó K là khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng. Do đó không xét tính đơn điệu trên tập $(-\infty;-2)\cup(-2;+\infty)$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\sqrt{x^2+2x+5}$.

B. $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$.

C. $y=x^4+1960x^2+2020$.

D. $y=-x^3+10$

HD:

+) Xét hàm số $y=\sqrt{x^2+2x+5}$ có TXĐ: $\mathbb{R}$.

Có: $y'=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+2x+5}}$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

$y'=0\Leftrightarrow x=-2$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty;-2)$. Suy ra loại A.

+) Xét hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. Suy ra loại B.

+) Xét hàm số $y=x^4+1960x^2+2020$

$y'=4x^3+3920x$

$y'=0\Leftrightarrow x=0$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Suy ra loại C.

+) Xét hàm số $y=-x^3+10$

Có $y'=-3x^2\Rightarrow y'\leq 0,\forall x$. Dấu "=" xảy ra khi $x=0$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Chọn D.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$.

B. $(-\infty;-1)$.

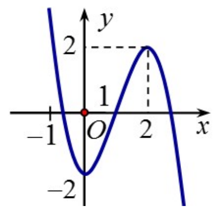
C. $(-1;1)$.

D. $(0;2)$.

HD:

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây.



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

HD:

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0),(2;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2	↗	$+\infty$

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

HD:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, nhận thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

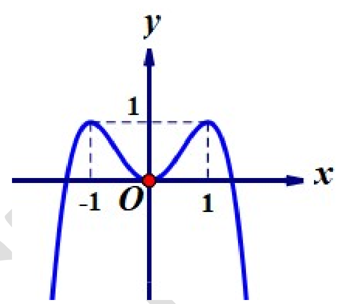
Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

HD:

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy: $f'(x)\le 0, \forall x\in(-2;2)$ và $f'(x)=0$ tại điểm $x=0\in(-2;2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

Câu 33. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;0\right)$. **B.** $\left(-2;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

HD:

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy trên khoảng $\left(-2;0\right)$ thì $f'\left(x\right)>0$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;0\right)$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;2\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;-1\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;3\right)$.

HD:

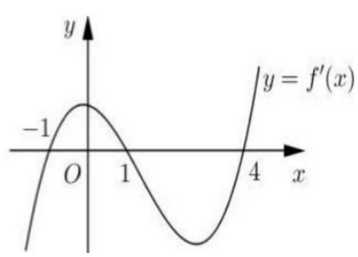
Dựa vào bảng biến thiên ta có

Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$

Hàm số nghịch biến trên $\left(-1;0\right)$ và $\left(0;2\right)$

Nên loại A, C, D.

Câu 36. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trong khoảng nào ?

A. $\left(1;4\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(0;3\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ ta có

$f'\left(x\right)>0\Leftrightarrow x\in\left(-1;1\right)\cup\left(4;+\infty\right)$ và $f'\left(x\right)<0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-1\right)\cup\left(1;4\right)$.

Do đó hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-1;1\right)$ và $\left(4;+\infty\right)$, nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;4\right)$.

Vậy hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;4\right)$.

Câu 38. Cho hàm số (P) với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$

A. 6. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 4.

HD:

Ta có: $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 12m + 27 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -9 \le m \le -3$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-9;-8;...;-3\}$. Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.