BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 12

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học 12A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:..Ngày học:..

HÌNH HỌC

Câu 10. Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$ là bao nhiêu?

HD:

Khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$ chính là hình lập phương.

Vậy $V=8a^3$.

Câu 11. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}$ bằng 60° và cạnh bên AA' bằng a.

HD:

$$V=AA'.S_{ABCD}=a.a^2.\sin 60^\circ=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$

Câu 12. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=2a$ và $A'B=3a$. Tính thể tích V của khối hộp đó.

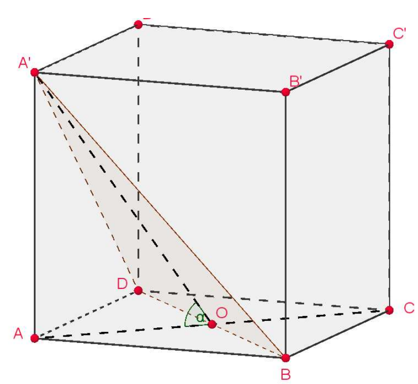
HD:

Ta có $AB=a$ và $A'B=3a \Rightarrow AA'=\sqrt{A'B^2-AB^2}=2\sqrt{2}a$

Tính thể tích V của khối hộp là $V=AB.AD.AA'=a.2a.2\sqrt{2}a=4\sqrt{2}a^3$

Câu 13. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông $AC=2a$, mặt phẳng $(A'BD)$ tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60°. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là?

HD:



Do $ABCD$ là hình vuông nên $AC\perp BD$ tại trung điểm O của mỗi đường.

Ta có $(A'BD)\cap(ABCD)=BD$, $AO\perp BD$. Lại có $AA'\perp BD \Rightarrow BD\perp A'O$.

Góc tạo bởi mặt phẳng $(A'BD)$ tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa đường thẳng AO và đường thẳng $A'O$.

Theo giả thiết: $((A'BD),(ABCD))=60° \Rightarrow (A'O,AO)=60° \Rightarrow \widehat{A'OA}=60°$.

Ta có: $AC=2a \Rightarrow AB=AD=a\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABCD}=2a^2$; $AA'=AO.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V=a\sqrt{3}.2a^2=2a^3\sqrt{3}$ ($ABCD.A'B'C'D'$ là khối lăng trụ đứng).

ĐẠI SỐ

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+18}{x+4m}$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 5.

HD:

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(2;+\infty)$ khi:

$$\begin{cases} y'=\dfrac{4m-18}{(x+4m)^2}<0 \\ x\neq -4m \\ x\in(2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{9}{2} \\ -4m\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\le m<\dfrac{9}{2}$$

Do m nguyên nên m nhận các giá trị $0;1;2;3;4$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;\, 4)$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

HD:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;\, 4)$ thì $y'=\dfrac{9-m}{(x-m)^2}>0, \forall x\in(-\infty;4)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq m \\ 9-m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\notin(-\infty;4) \\ m<9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 4 \\ m<9 \end{cases} \Leftrightarrow m=\{4;5;6;7;8\}$$

$\Rightarrow$ có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là

A. $(3;6)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(3;6]$. **D.** $[3;6)$.

HD:

Ta có $y'=\dfrac{m-3}{(x+m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ thì $\begin{cases} y'>0\,\forall\, x\in(-\infty;-6) \\ -m\notin(-\infty;-6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3>0 \\ -m\geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow 3<m\leq -6$.

Vậy tập hợp tất cả các giá trị của m là $(3;6]$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\dfrac{x+m^2}{x+3m+4}$ đồng biến trên khoảng $(-10;5)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

HD:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3m-4\}$

$f'(x)=\dfrac{-m^2+3m+4}{(x+3m+4)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(-10;5) \Leftrightarrow f'(x)>0,\ \forall x\in(-10;5)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+3m+4>0 \\ -3m-4\notin(-10;5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in(-1;4) \\ \left[\begin{array}{l} -3m-4\leq -10 \\ -3m-4\geq 5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in(-1;4) \\ \left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m\leq -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m\in[2;4)$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{2;3\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2-9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

A. $m\geq\dfrac{1}{3}$ hoặc $m\leq -1$. **B.** $m<-1$. **C.** $m>\dfrac{1}{3}$. **D.** $-1<m<\dfrac{1}{3}$.

HD:

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Có $y'=3x^2-6mx-9m^2$; $\Delta'=36m^2\geq 0,\forall m$.

Trường hợp 1: $\Delta'=0\Leftrightarrow m=0$.

Ta có $y'=3x^2\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m=0$.

Trường hợp 2: $\Delta'>0\Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó y' có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\,(x_1<x_2)$. Ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=-3m^2 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi $x_1 \le 0 < 1 \le x_2$.

Ta có: $x_1 \le 0 < 1 \le x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1.x_2 \le 0 \\ (x_1-1)(x_2-1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1x_2 \le 0 \\ x_1x_2 - (x_1+x_2)+1 \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 \le 0 \\ -3m^2 - 2m + 1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge \frac{1}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge \frac{1}{3} \end{array}\right.$.

Kết luận $m \ge \frac{1}{3}$ hoặc $m \le -1$.

Nhận xét: Trong trường hợp thứ 2 ở cách trên ta có thể giải quyết điều kiện $x_1 \le 0 < 1 \le x_2$ bằng cách sau:

Ta có $x_1 \le 0 < 1 \le x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) \le 0 \\ y'(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9m^2 \le 0 \\ -9m^2 - 6m + 3 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge \frac{1}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge \frac{1}{3} \end{array}\right.$.

Câu 51. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - (3m+2)x + 2$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

HD:

Ta có $y' = x^2 - 2x - (3m+2)$.

Để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 4$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 3m + 2 > 0 \\ (x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 2^2 + 4(3m+2) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 12m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \varnothing$.

Câu 54. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^3 + 12x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) + 3 - 2mx$ đồng biến trên khoảng $(1;4)$.

A. $m \le -7$. **B.** $m < -7$. **C.** $m < -14$. **D.** $m \le -10$.

HD:

Hàm số $g(x)=f(x)+3-2mx$ đồng biến trên $(1;4)$ khi và chỉ khi

$g'(x)\geq 0,\forall x\in(1;4)\Leftrightarrow f'(x)-2m\geq 0,\forall x\in(1;4)\Leftrightarrow 2m\leq -x^3+12x+2,\forall x\in(1;4)\quad (*)$

Xét hàm số $h(x)=-x^3+12x+2,\forall x\in(1;4)$

Ta có $h'(x)=-3x^2+12\Rightarrow h'(x)=0\Leftrightarrow x=2\in(1;4)$, từ đó ta có bảng biến thiên:

x	1		2		4
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	13	$\nearrow$	18	$\searrow$	-14

Từ BBT ta có: $h(x)=-x^3+12x+2>-14,\forall x\in(1;4)$.

Khi đó điều kiện $(*)\Leftrightarrow 2m\leq -14\Leftrightarrow m\leq -7$.

Câu 55. Tìm m để hàm số sau đồng biến trên $(0;+\infty)$: $y=x^3+mx-\dfrac{1}{3x}$.

A. $m\leq 1$. **B.** $m\leq 0$. **C.** $m\geq -1$. **D.** $m\geq -2$.

HD:

$y=x^3+mx-\dfrac{1}{3x}\Rightarrow y'=3x^2+m+\dfrac{1}{3x^2}$.

Để hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)\Leftrightarrow y'\geq 0,\ \forall x\in(0;+\infty)\ \Leftrightarrow 3x^2+m+\dfrac{1}{3x^2}\geq 0,\forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow m\geq -3x^2-\dfrac{1}{3x^2},\forall x\in(0;+\infty)\ (1)$.

Xét hàm số $f(x)=-3x^2-\dfrac{1}{3x^2},\forall x\in(0;+\infty)$.

Ta có: $3x^2+\dfrac{1}{3x^2}\geq 2\sqrt{3x^2.\dfrac{1}{3x^2}}=2$ (Áp dụng bất đẳng thức côsi cho 2 số dương $3x^2$ và $\dfrac{1}{3x^2}$). Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow 3x^2=\dfrac{1}{3x^2}\Leftrightarrow x^2=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow f(x)\leq -2$

Khi đó $(1)\Leftrightarrow m\geq -2$.

Câu 56. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\dfrac{3}{4}x^4-(m-1)x^2-\dfrac{1}{4x^4}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

HD:

+ Tập xác định: $D = R \setminus \{0\}$

+ $y' = 3x^3 - 2(m-1)x + \dfrac{1}{x^5}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi

$$3x^3 - 2(m-1)x + \frac{1}{x^5} \geq 0, \forall x \in (0;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{2x^6} + 1; \forall x \in (0;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \underset{x\in(0;+\infty)}{Min}\, g(x)\ ;\ g(x) = \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{2x^6} + 1 \qquad (1)$$

+ Ta có $g'(x) = 3x - \dfrac{3}{x^7} = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

$g'(x)$ không xác định khi x = 0

BBT hàm $y = g(x)$ trên khoảng $(0;+\infty)$

x	-∞		-1		0		1		+∞
g'(x)		-	0	+	‖	-	0	+	
g(x)					‖ +∞	↘	3	↗	+∞

$$\underset{x\in(0;+\infty)}{Min}\big(g(x)\big) = 3 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $m \leq 3$ kết hợp m nguyên dương được $m = \{1,2,3\}$.