

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 6
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 1. Cho $a > b > 0$, biết $3a^2 + 3b^2 = 10ab$. Tính $P = \frac{a-b}{a+b}$.

HD:

Ta có $a > b > 0$ nên $P > 0$.

$$\text{Ta có } P^2 = \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 = \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{a^2 + b^2 + 2ab}.$$

$$\text{Ta có } 3a^2 + 3b^2 = 10ab \text{ nên } 3(a^2 + b^2) = 10ab \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{10}{3}ab.$$

$$\text{Suy ra } P^2 = \frac{\frac{10}{3}ab - 2ab}{\frac{10}{3}ab + 2ab} = \frac{\frac{4}{3}ab}{\frac{16}{3}ab} = \frac{1}{4} \Rightarrow P = \frac{1}{2}.$$

Vậy giá trị của biểu thức P là $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho $a + b + c = 0$ ($a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0$). Tính giá trị biểu thức $A = \frac{a^2}{cb} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$.

HD:

$$A = \frac{a^2}{cb} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = \frac{a^3}{abc} + \frac{b^3}{abc} + \frac{c^3}{abc} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$$

Ta có

$$a + b + c = 0$$

$$\Rightarrow a + b = -c$$

$$\Rightarrow (a + b)^3 = (-c)^3$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = -3ab(a + b)$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{3abc}{abc} = 3.$$

Câu 3. Phân tích thành nhân tử

a) $(ax+by)^2 - (ay+bx)^2$ b) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$ c) $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$

HD:

a) Cách 1: $(ax+by)^2 - (ay+bx)^2 = (ax+by-ay-bx)(ax+by+ay+bx)$
 $= [a(x-y)-b(x-y)][a(x+y)+b(x+y)] = (a-b)(a+b)(x-y)(x+y)$

Cách 2: bình phương và rút gọn.

b) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2 = (2bc+b^2+c^2-a^2)(2bc-b^2-c^2+a^2) = \dots$

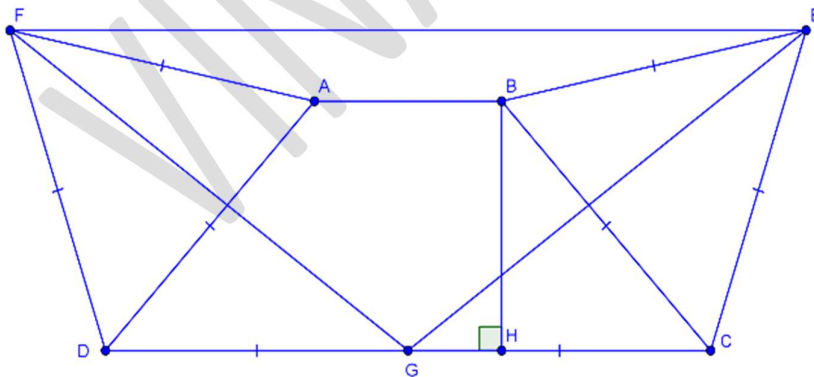
c) $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 = (a+b+c)^3 - a^3 - (b^3+c^3)$
 $= (b+c)[(a+b+c)^2 + (a+b+c)a + a^2] - (b+c)(b^2-bc+c^2)$
 $= (b+c)(3a^2+3ab+3bc+3ca) = 3(b+c)[a(a+b)+c(a+b)]$
 $= 3(a+b)(b+c)(c+a)$

HÌNH HỌC

Câu 1. Cho hình thang cân ABCD có đáy lớn CD bằng 2 lần cạnh bên BC. Về bên ngoài hình thang dựng các tam giác đều ADF và BCE. G là trung điểm của CD.

- a) Chứng minh rằng tam giác EGF cân.
 b) Biết tam giác EFG vuông, $AB = a$. Tính các góc và các cạnh của hình thang.

HD:



a) Ta có: $\triangle FDG = \triangle ECG \Rightarrow GE = GF$

Tam giác EFG cân tại G.

b) Dựng đường cao BH. Tam giác EFG vuông cân tại G.

$\Rightarrow \widehat{EGC} = \widehat{FGD} = 45^\circ$

$\triangle CEG$ cân tại C có $\widehat{EGC} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{CEG} = 45^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{ECG} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BCG} = 30^0$$

Đặt $BC = x$ thì $CD = 2x$. Tam giác BCH vuông tại H, có $\widehat{BCG} = 30^0$, nên:

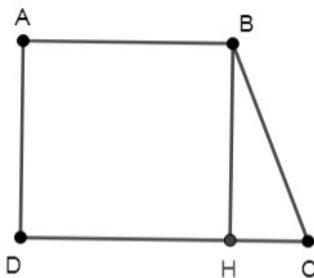
$$CH = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

$$CD = AB + 2CH$$

$$\Rightarrow 2x = a + x\sqrt{3} \Rightarrow x = (2 - \sqrt{3})a$$

Câu 2. Cho hình thang vuông ABCD ($\widehat{A} = \widehat{D} = 90^0$), $AB = 11\text{cm}$, $AD = 12\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$. Tính độ dài đoạn AC.

HD:



Kẻ đường cao BH

Theo định lí Pi-ta-go ta tính được

$$CH = \sqrt{BC^2 - BH^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\text{cm}$$

$$\Rightarrow CD = DH + HC = AB + HC = 16\text{cm}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20\text{cm}$$