BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VÀ THI CHUYÊN
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học Zoom 9M1 – 14h30 – 17h45 – Chiều chủ nhật

Họ và tên: ....Ngày học: ....

ĐẠI SỐ

Câu 1. Với giá trị nguyên nào của a,b thì phương trình $x^2+ax+b=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 phân biệt thoả mãn: $-2<x_1<-1$ và $1<x_2<2$.

HD:

Phương trình $x^2+ax+b=0$ có 2 nghiệm $-2<x_1<-1$ và $1<x_2<2$ nên:

$$\begin{cases}\Delta=a^2-4b>0\\-1<x_1+x_2<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b<\dfrac{a^2}{4}\\-1<-a<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b<\dfrac{a^2}{4}\\-1<a<1\end{cases}$$

Do a là số nguyên nên $a=0$, $x^2+b=0$, phương trình có 2 nghiệm $x_1=-\sqrt{-b};x_2=\sqrt{-b}$

Ta có:

$1<\sqrt{-b}<2\Leftrightarrow1<-b<4\Leftrightarrow-b\in\{2;3\}\Leftrightarrow b\in\{-2;-3\}$

Câu 2. Chứng minh rằng với mọi số thực a, phương trình bậc ba $x^3-x^2+18ax-2a=0$ không thể có ba nghiệm dương phân biệt.

HD:

Giả sử phương trình có 3 nghiệm dương phân biệt: $0<m<n<p$

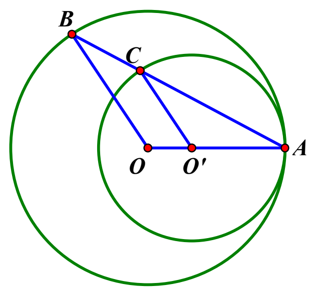
$(x-m)(x-n)(x-p)=x^3-x^2+18ax-2a$

Nhân phá ra và đồng nhất ta được:

$$\begin{cases}m+n+p=1\\mn+np+pa=18a\\mnp=2a\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p}=9\Rightarrow(m+n+p)\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p}\right)=9\Rightarrow m=n=p(\text{voli})$$

HÌNH HỌC

Câu 13. Cho hai đường tròn (O) và (O’) tiếp xúc với nhau tại A như hình vẽ. Chứng minh rằng OB // O’C.



HD:

Ta có: $\Delta OAB, \Delta O'AC$ là hai tam giác cân

$\Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{O'CA} = \widehat{OAB}$

$\Rightarrow$ OB // O’C vì 2 góc ở vị trí đồng vị.

Câu 14. Cho đường tròn (O, R) và đường thẳng d cố định không cắt đường tròn. Từ một điểm A bất kì trên đường thẳng d kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AO tại H, trên tia đối của tia HB lấy điểm C sao cho HC = HB.

a) Chứng minh C thuộc đường tròn (O, R) và AC là tiếp tuyến của đường tròn (O, R).

b) Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng d tại I, OI cắt BC tại K. Chứng minh $OH.OA = OI.OK = R^2$.

c) Khi A di chuyển trên đường thẳng cố định d thì H di chuyển trên đường cố định nào?

HD:

a) Xét ΔBHO và ΔCHO có:

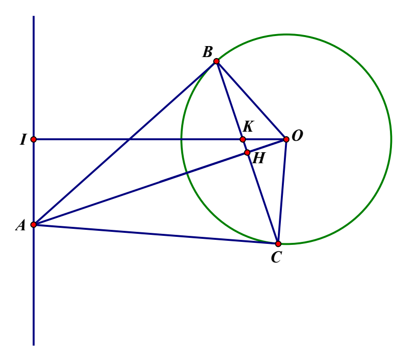
$HB = HC$ (giả thiết)

OH chung;

$\widehat{OHB} = \widehat{OHC} = 90^0$ $(OH \perp BC)$

$\Rightarrow \Delta BHO = \Delta CHO (c.g.c)$

$\Rightarrow OC = OB = R$ $\Rightarrow$ C thuộc (O, R).



+) Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (O, R).

Xét tam giác ΔABO và ΔACO có:

$OB = OC = R$;

$\widehat{AOB} = \widehat{AOC}$ (Vì $\Delta BHO = \Delta CHO$);

OA chung

$\Rightarrow \Delta ABO = \Delta ACO (c.g.c)$

$\Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{ACO}$.

Mà AB là tiếp tuyến của (O, R) nên $AB \perp BO \Rightarrow \widehat{ABO} = 90^0 \Rightarrow \widehat{ACO} = 90^0$

$\Rightarrow AC \perp CO$

$\Rightarrow$ AC là tiếp tuyến của (O, R).

b) Chứng minh $OH.OA = OI.OK = R^2$.

Xét tam giác ΔOHK và ΔOIA có:

$\hat{O}$ chung; $\widehat{OHK} = \widehat{OIA} = 90^0$

$\Rightarrow \Delta OHK$ đồng dạng với tam giác ΔOIA (g.g) $\Rightarrow \frac{OH}{OI} = \frac{OK}{OA} \Rightarrow OH.OA = OI.OK$. (1)

ΔABO vuông tại B có BH vuông góc với $AO \Rightarrow BO^2 = OH.OA \Rightarrow OH.OA = R^2$. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OH.OA = OI.OK = R^2$.

c) H di chuyển trên đường tròn đường kính OK vì theo câu b thì K cố định