

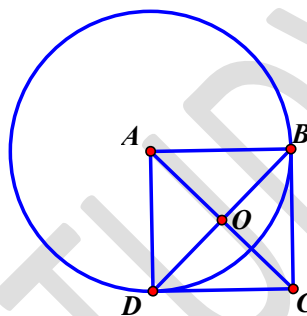
TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

HÌNH HỌC

Câu 1. Cho hình vuông ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo, $OA = \sqrt{2}\text{cm}$. Vẽ đường tròn tâm A bán kính 2cm. Trong năm điểm A, B, C, D, O điểm nào nằm trên đường tròn? Điểm nào nằm trong đường tròn? Điểm nào nằm ngoài đường tròn?

HD:



Ta có: $OA = \sqrt{2} \Rightarrow AC = 2OA = 2\sqrt{2}$

Trong tam giác vuông ABC: $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (Định lí Pytago)

Mà: $AB = BC \Rightarrow AC^2 = 2AB^2 \Leftrightarrow AB^2 = \frac{AC^2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow AB = 2(\text{cm})$.

Vậy, $AB = AD = 2(\text{cm}) = R \Rightarrow B, D$ nằm trên đường tròn $(A; 2\text{cm})$.

A là tâm đường tròn $(A; 2\text{cm}) \Rightarrow A$ nằm trong đường tròn $(A; 2\text{cm})$.

$OA = \sqrt{2} < 2(\text{cm}) \Rightarrow O$ nằm trong đường tròn $(A; 2\text{cm})$.

$AC = 2\sqrt{2} > 2 \Rightarrow C$ nằm ngoài đường tròn $(A; 2\text{cm})$.

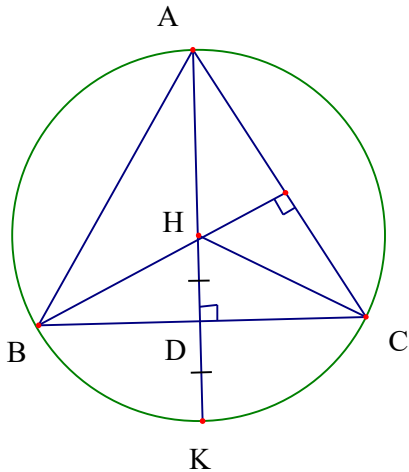
Câu 2. Cho tam giác đều ABC, trực tâm H, cạnh a

a) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm nào?

b) Tính bán kính của đường tròn đó theo a

c) Gọi K là điểm đối xứng với H qua BC. Xác định vị trí tương đối của điểm K và đường tròn đó.

HD:



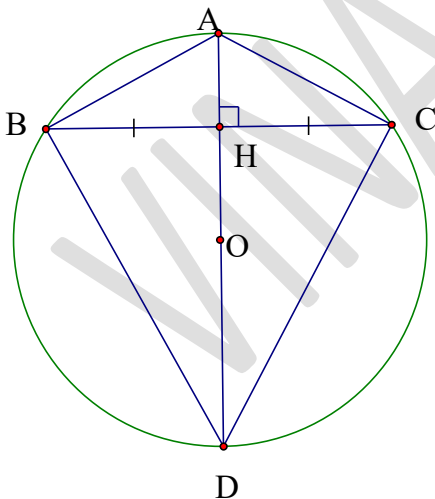
a) H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC vì $HA = HB = HC$

b) Đáp số: $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

c) Gọi D là giao điểm của AH và BC. Ta có $HB = HA = 2HD$ mà $HK = 2HD$ nên $HK = HB$. Vậy K nằm trên đường tròn nói trên.

Câu 3. Tam giác ABC cân tại A; $BC = 12\text{cm}$; đường cao $AH = 4\text{cm}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (đường tròn đi qua 3 đỉnh A,B,C)

HD:



AH cắt (O) ngoại tiếp tam giác ABC tại D

Tam giác ACD có đường trung tuyến CO ứng với cạnh AD bằng nửa cạnh AD nên $\widehat{ACD} = 90^\circ$

$$\Rightarrow CH^2 = HA.HD \Rightarrow HD = \frac{CH^2}{HA} = 9(\text{cm})$$

$$\Rightarrow AD = 13(\text{cm}) \Rightarrow R = 6,5\text{cm}$$

ĐẠI SỐ

Câu 7. Cho hai biểu thức: $P = \frac{x + 4\sqrt{x} + 13}{3\sqrt{x} + 1}$ và $Q = \frac{3\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{12\sqrt{x} + 4}{x - 4}$ với $x > 0$, x khác 4.

- Tính giá trị của P khi $x = 9$
- Rút gọn biểu thức Q
- Tìm giá trị x để biểu thức $P.Q$ đạt giá trị nhỏ nhất.

HD:

$$Q = \frac{3\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{12\sqrt{x} + 4}{x - 4}$$

$$Q = \frac{3\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{12\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$Q = \frac{(3\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2) - 12\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{3x + 6\sqrt{x} + \sqrt{x} + 2 - 12\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$Q = \frac{3x - 5\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{(3\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{3\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2}$$

$$P.Q = \frac{x + 4\sqrt{x} + 13}{\sqrt{x} + 2} = \sqrt{x} + 2 + \frac{9}{\sqrt{x} + 2} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} + 2) \cdot \frac{9}{\sqrt{x} + 2}} = 6$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 1$.

BTVN

Câu 1. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{8x}{4 - x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

- Rút gọn P
- Tính giá trị của P khi $x = 17 - 12\sqrt{2}$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = (\sqrt{x} - 3)P + 4\sqrt{x - 1}$

HD:

- Điều kiện $x > 0$; $x \neq 4$

$$\text{Ta có } P = \frac{4\sqrt{x}(2 - \sqrt{x}) + 8x}{(2 + \sqrt{x})(2 - \sqrt{x})} : \frac{\sqrt{x} - 1 - 2(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{4\sqrt{x}(2 + \sqrt{x})}{(2 + \sqrt{x})(2 - \sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{3 - \sqrt{x}}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{4x}{\sqrt{x}-3}$$

b) Ta có $x = 17 - 2.6.\sqrt{2} = 17 - 2.2\sqrt{2}.3 = (2\sqrt{2})^2 - 2.2\sqrt{2}.3 + 3^2$

Vậy $\sqrt{x} = \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} = 3 - 2\sqrt{2}$

Từ đó $P = 24 - 17\sqrt{2}$

c) Ta có $Q = (\sqrt{x}-3)P + 4\sqrt{x-1} = 4x + 4\sqrt{x-1}$

Điều kiện $x \geq 1$

Đặt $\sqrt{x-1} = t$ ($t \geq 0$) $\Rightarrow x = t^2 + 1$

Khi đó $Q = 4t^2 + 4t + 4 \geq 4$ (vì $t \geq 0$)

Dấu “=” xảy ra khi $t = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn)

Vậy Q đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 khi $x = 1$

Chú ý. Bài giải trên một số bạn có thể mắc sai lầm như sau

$$Q = 4t^2 + 4t + 4 = (2t+1)^2 + 3 \geq 3$$

Khi đó kết luận giá trị nhỏ nhất của Q bằng 3, tuy nhiên lúc đó $t = -\frac{1}{2}$ không xảy ra dấu bằng.

Một số bạn có thể giải ngắn gọn hơn

Do điều kiện $x \geq 1$ ta có $Q = 4x + 4\sqrt{x-1} \geq 4.1 + 0 = 4$