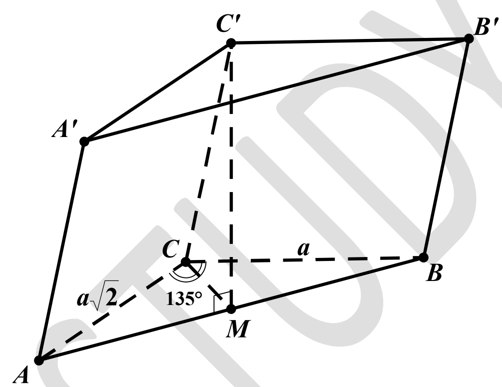
TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:...**Ngày học:**..

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{ACB}=135^\circ$, $CC'=\frac{a\sqrt{10}}{4}$, $AC=a\sqrt{2}$, $BC=a$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của đoạn thẳng AB. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

HD:



Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{1}{2}CA.CB.\sin\widehat{ACB}=\frac{a^2}{2}$.

Trong tam giác ABC ta có

$$AB^2=CA^2+CB^2-2CA.CB.\cos\widehat{ACB}=2a^2+a^2-2.a\sqrt{2}.a.\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=5a^2.$$

Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến thì

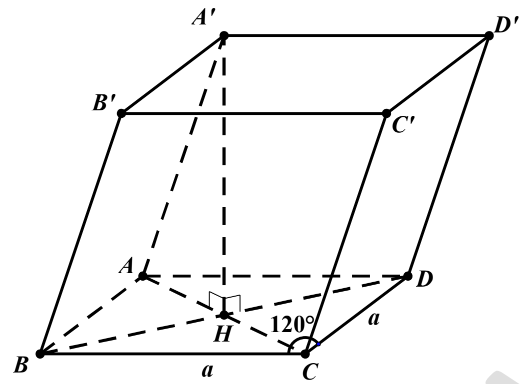
$$CM^2=\frac{2\left(CA^2+CB^2\right)-AB^2}{4}=\frac{2\left(2a^2+a^2\right)-5a^2}{4}=\frac{a^2}{4}.$$

Tam giác $C'CM$ vuông tại M nên $C'M=\sqrt{CC'^2-CM^2}=\sqrt{\frac{10a^2}{16}-\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=S_{ABC}.C'M=\frac{a^2}{2}\cdot\frac{a\sqrt{6}}{4}=\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BCD}=120^\circ$, $AA'=\frac{7a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính theo a thể tích V của khối hộp.

HD:



Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD}=CB.CD.\sin\widehat{BCD}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là giao điểm của AC và BD.

Hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BCD}=120°$ nên $\widehat{ABC}=60°$. Suy ra ABC là tam giác đều.

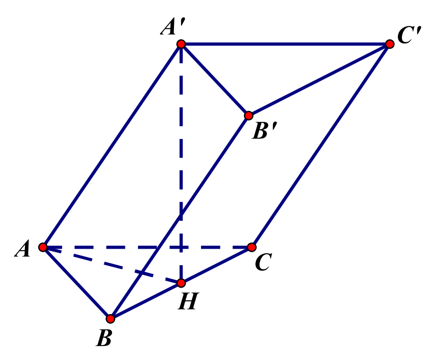
Do đó, $AH=\frac{1}{2}AC=\frac{a}{2}$.

Tam giác AHA' vuông tại H nên $A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\sqrt{\left(\frac{7a}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=a2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối hộp là $V=S_{ABCD}.A'H=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\cdot a2\sqrt{3}=3a^3$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, $AB=a$, $AA'=2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

HD:



Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{a^2}{2}$.

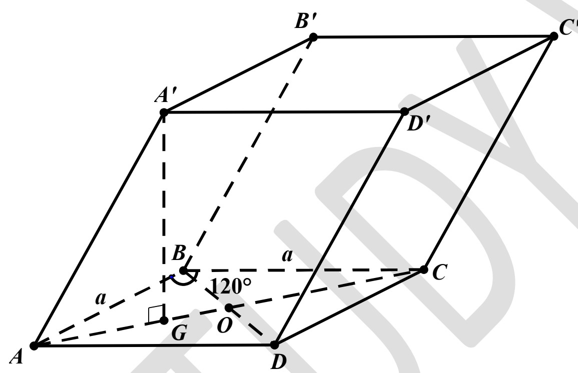
Vì tam giác ABC vuông cân đỉnh A có $AB=a$ nên $BC=a\sqrt{2}$, $AH=\frac{1}{2}BC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $AA'H$ vuông tại H nên $A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\sqrt{4a^2-\dfrac{2a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'H=\dfrac{a^2}{2}.\dfrac{a\sqrt{14}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{14}}{4}$.

Câu 5. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=120^\circ$, $AA'=a$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD. Tính theo a thể tích V của khối hộp.

HD:



Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD}=BA.BC.\sin\widehat{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Gọi O là tâm hình thoi $ABCD$ và G là trọng tâm của tam giác ABD.

Hình thoi $ABCD$ có $\widehat{ABC}=120^\circ$ nên $\widehat{BAD}=60^\circ$. Suy ra ABD là tam giác đều.

Do đó, $AG=\dfrac{2}{3}AO=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác AGA' vuông tại G nên $A'G=\sqrt{AA'^2-AG^2}=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích của khối hộp là $V=S_{ABCD}.A'G=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{a\sqrt{6}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.