TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:...**Ngày học:**...

HÌNH HỌC

Câu 7. Cho hình thang vuông $ABCD, \widehat{A} = \widehat{D} = 90^0, AB = 4cm, BC = 13cm, CD = 9cm$

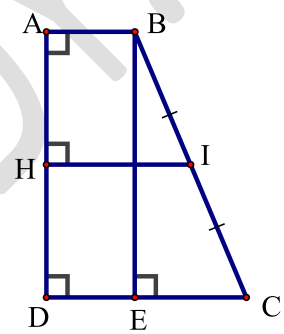
a) Tính độ dài AD.

b) Chứng minh rằng đường thẳng AD tiếp xúc với đường tròn có đường kính là BC.

HD:

a) Kẻ $BE \perp CD$

Suy ra tứ giác ABED là hình hình chữ nhật



Ta có: AD = BE;

AB = DE = 4 (cm)

Suy ra: CE = CD – DE = 9 – 4 = 5 (cm).

Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông BCE ta có:

$BC^2 = BE^2 + EC^2$

Suy ra: $BE^2 = BC^2 - EC^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \Rightarrow BE = 12(cm)$.

Vậy: AD = 12 (cm).

b) Gọi I là trung điểm của BC

Ta có: $IB = IC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.13 = 6,5(cm) \quad (1)$

Kẻ $IH \perp AD$. Khi đó HI là đường trung bình của hình thang ABCD.

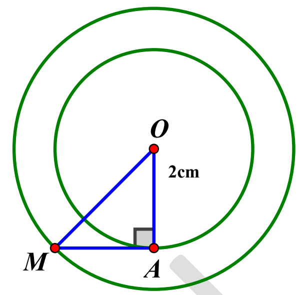
Ta có: $HI = \frac{AB + CD}{2} = \frac{4+9}{2} = 6,5(cm) \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra: $IB = HI = R$.

Vậy đường tròn $\left(I; \frac{BC}{2}\right)$ tiếp xúc với đường thẳng AD tại H.

Câu 8. Cho đường tròn (O;2cm), điểm A di chuyển trên đường tròn. Trên tiếp tuyến tại A, lấy điểm M sao cho AM = OA. Điểm M chuyển động trên đường nào ?

HD:



AM là tiếp tuyến của đường tròn tại $A \Rightarrow OA \perp AM$ tại A.

$\Rightarrow \Delta OAM$ là tam giác vuông tại A.

Mà: $OA = AM \Rightarrow \Delta OAM$ vuông cân $\Rightarrow \widehat{OMA} = 45^0$.

Trong tam giác vuông OAM ta có:

$$OM = \frac{OA}{\sin \widehat{OMA}} = \frac{2}{\sin 45^0} = 2\sqrt{2}\left(cm\right).$$

Điểm M chuyển động trên đường tròn $\left(O; 2\sqrt{2}cm\right)$.

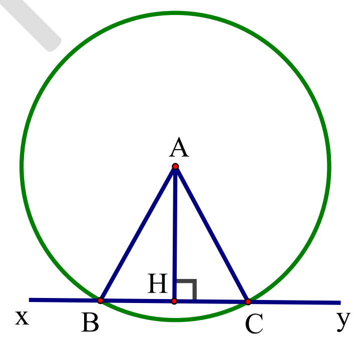
BTVN

Câu 1. Cho điểm A cách đường thẳng xy là 12cm. Vẽ đường tròn (A;13cm).

a) Chứng minh rằng đường tròn (A) có hai giao điểm với đường thẳng xy.

b) Gọi hai giao điểm nói trên là B và C. Tính độ dài BC.

HD:



a) Kẻ $AH \perp xy$

Ta có: AH = 12cm

Bán kính đường tròn tâm I là 13cm nên R = 13cm.

Mà: AH = d = 12cm nên suy ra $d < R$.

Vậy (A;13cm) cắt đường thẳng xy tại hai điểm phân biệt.

b) Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông AHC, ta có:

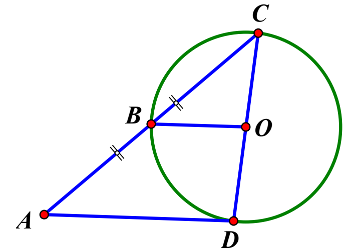
$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

Suy ra: $HC^2 = AC^2 - AH^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \Rightarrow HC = 5\left(cm\right)$.

Ta có: $BC = 2HC = 2.5 = 10\left(cm\right)$.

Câu 2. Cho đường tròn (O) bán kính bằng 2cm. Một đường thẳng đi qua điểm A nằm bên ngoài đường tròn và cắt đường tròn tại B và C, trong đó AB = BC. Kẻ đường kính COD. Tính độ dài AD.

HD:



Trong tam giác ACD, ta có:

B là trung điểm của AC (giả thiết); O là trung điểm của CD

$\Rightarrow$ OB là đường trung bình của ΔACD.

Suy ra: $OB = \frac{1}{2}AD$ (tính chất đường trung bình của tam giác).

Vậy $AD = 2OB = 2.2 = 4\left(cm\right)$.

ĐẠI SỐ

Câu 1. Giải phương trình $\sqrt{x^2-9}-\sqrt{x^2-16}=1$

HD:

Điều kiện $x \ge 4$ hoặc $x \le -4$.

$$\sqrt{x^2-9}-\sqrt{x^2-16}=1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-9}=\sqrt{x^2-16}+1 \Leftrightarrow x^2-9=x^2-16+2\sqrt{x^2-16}+1$$

$$\Leftrightarrow 3=\sqrt{x^2-16} \Leftrightarrow x^2-25=0 \Leftrightarrow x=\pm 5 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=5$ hoặc $x=-5$.

Câu 2. Giải phương trình $\sqrt{x^2-x+1}+\sqrt{x^2+x+1}=\sqrt{4-x}$.

HD:

ĐK $x \le 4$.

$$\sqrt{x^2-x+1}=\sqrt{4-x}-\sqrt{x^2+x+1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4-x}-\sqrt{x^2+x+1} \ge 0 \\ 4+x=2\sqrt{(4-x)(x^2+x+1)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-3 \le 0 \\ 4x^3-11x^2-4x=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 \le x \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 4x^2-11x-4=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{11-\sqrt{185}}{8} \end{array}\right.$$

Câu 3. Giải phương trình $\sqrt{2x+1}+\sqrt{3-x}=\sqrt{3x+5}$.

HD:

Điều kiện : $2x+1 \ge 0; 3-x \ge 0; 3x+5 \ge 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le x \le 3$.

Khi đó $\sqrt{2x+1}+\sqrt{3-x}=\sqrt{3x+5} \Leftrightarrow 2x+1+3-x+2\sqrt{(2x+1)(3-x)}=3x+5$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(2x+1)(3-x)}=2x+1 \Leftrightarrow \sqrt{2x+1}\left(2\sqrt{3-x}-\sqrt{2x+1}\right)=0. \ (*)$$

Trường hợp 1: $\sqrt{2x+1} \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2: $x \ne -\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2\sqrt{3-x}-\sqrt{2x+1}=0 \Leftrightarrow 4(3-x)=2x+1 \Leftrightarrow x=\frac{11}{6} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-\frac{1}{2}$ và $x=\frac{11}{6}$.

Câu 4. Giải phương trình $x^4+2x^2+x\sqrt{2x^2+4}=4$

HD:

Điều kiện $x \in \mathbb{R}$.

$$x^4+2x^2+x\sqrt{2x^2+4}=4 \Leftrightarrow x^2\left(x^2+2\right)+\sqrt{2}.x.\sqrt{x^2+2}-4=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x.\sqrt{x^2+2}\right)^2+\sqrt{2}.x.\sqrt{x^2+2}-4=0$$

$$\Leftrightarrow \left[x\sqrt{\left(x^2+2\right)}-\sqrt{2}\right].\left[x\sqrt{\left(x^2+2\right)}+2\sqrt{2}\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\sqrt{\left(x^2+2\right)}=\sqrt{2}\ (2) \\ x\sqrt{x^2+2}=-2\sqrt{2}\ (3). \end{array}\right.$$

$$(2) \Leftrightarrow x\sqrt{x^2+2}=\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^2\left(x^2+2\right)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2=-1-\sqrt{3} \\ x^2=-1+\sqrt{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\sqrt{-1+\sqrt{3}}.$$

$$(3) \Leftrightarrow x\sqrt{\left(x^2+2\right)}=-2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ x^2\left(x^2+2\right)=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2=-4 \\ x^2=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=-\sqrt{2}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=\sqrt{\sqrt{3}-1}$ hoặc $x=-\sqrt{2}$.

Câu 5. Giải phương trình $\sqrt{x^2+5x+5}+x^2=\sqrt{x+2}-3x-2$

HD:

Nhận xét

+ $\left(x^2+5x+5\right)-(x+2)=x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$ và $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$ đồng thời $\sqrt{x^2+5x+5}+x^2 \neq 0$.

Nên ta có cách biến đổi $\sqrt{x^2+5x+5}-\sqrt{x+2}=\dfrac{x^2+4x+3}{\sqrt{x^2+5x+5}+\sqrt{x+2}}$ để làm xuất hiện nhân tử x+1.

Giải:

ĐK $x \geq \dfrac{-5+\sqrt{5}}{2}$.

$$\left(\sqrt{x^2+5x+5}-\sqrt{x+2}\right)+x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow \frac{x^2+4x+3}{\sqrt{x^2+5x+5}+\sqrt{x+2}}+x^2+3x+2=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)\left(\frac{x+3}{\sqrt{x^2+5x+5}+\sqrt{x+2}}+x+2\right)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$$

(Do $\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+5x+5}+\sqrt{x+2}}+x+2>0, \forall x \geq \dfrac{-5+\sqrt{5}}{2}$).