

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 6
TÀI LIỆU THAM KHẢO
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Tính tổng sau: $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2$

HD:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S &= 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 49.50 + 50.51 = 1(1+1) + 2(2+1) + 3(3+1) + \dots + 49(49+1) + 50(50+1) \\ &= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2) + (1 + 2 + 3 + \dots + 50) = P + (1 + 2 + 3 + \dots + 50) \Rightarrow P = S - (1 + 2 + 3 + \dots + 50) \end{aligned}$$

$$\text{Lại có } S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 49.50 + 50.51 = \frac{50.51.52}{3} = 44200$$

$$(1 + 2 + 3 + \dots + 50) = \frac{(50+1).50}{2} = 1275$$

$$\Rightarrow P = 44200 - 1275 = 42925$$

Câu 2. Tính tổng sau: $Q = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 51^2$

HD:

Ta có tổng

$$\begin{aligned} S &= 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 49.50 + 50.51 + 51.52 = 1.(1+1) + 2.(2+1) + 3.(3+1) + \dots + 51.(51+1) \\ &= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 51^2) + (1 + 2 + 3 + \dots + 51) = Q + (1 + 2 + 3 + \dots + 51) \Rightarrow Q = S - (1 + 2 + 3 + \dots + 51) \end{aligned}$$

$$\text{Trong đó } S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 49.50 + 50.51 + 51.52 = \frac{51.52.53}{3} = 46852$$

$$(1 + 2 + 3 + \dots + 51) = \frac{(1+51).51}{2} = 1326$$

$$\text{Vậy } Q = 46852 - 1326 = 25526$$

Câu 3. Tính tổng sau: $Q = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$

HD:

$$\begin{aligned} \text{Áp dụng tổng } A &= 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 199.200 + 200.201 = 2(1+3) + 4(3+5) + \dots + 200(199+201) \\ &= 2.4 + 4.8 + \dots + 200.400 = 2.2.2 + 4.4.2 + \dots + 200.200.2 = 2(2^2 + 4^2 + \dots + 200^2) = 2M \end{aligned}$$

$$\Rightarrow M = \frac{A}{2}, \text{ mà theo dạng 5 thì ta có } A = \frac{200.201.202}{3} \Rightarrow M = \frac{200.201.202}{6} = 1353400$$

$$Q = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2 = \frac{M}{2^2} = \frac{1353400}{4} = 338350$$

Câu 4. Tính tổng sau: $Q = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2 + 101^2$

HD:

Áp dụng tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 201.202 + 202.203 = 2(1+3) + 4(3+5) + \dots + 202(201+203)$

$$= 2.4 + 4.8 + \dots + 202.404 = 2.2.2 + 4.4.2 + \dots + 202.202.2 = 2(2^2 + 4^2 + \dots + 202^2) = 2M$$

$$\Rightarrow M = \frac{A}{2}$$

$$A = \frac{202.203.204}{3} \Rightarrow M = \frac{202.203.204}{6} = 1394204.$$

$$Q = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 101^2 = \frac{M}{2} = \frac{1394204}{4} = 348551.$$

Câu 5. Tính các tổng sau: $N = 1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + 99^2$

$$A = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + \dots + 10000$$

HD:

Tính N

$$\text{Áp dụng bài toán tổng quát } S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n.(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\text{Ta thấy } n = 99 \text{ nên } N = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{99.(99+1)(2.99+1)}{6} = 328350$$

Tính A

Ta biến đổi A về dạng tương tự như biểu thức N ta có:

$$A = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + \dots + 10000 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + \dots + 100^2$$

$$= \frac{100.(100+1)(2.100+1)}{6} = 338350 \text{ (với } n = 100)$$