

TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

DẠNG 1. TÌM CÁC ĐƯỜNG TIỆM CẬN.

Câu 1. (Đề Minh Họa 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án **D**.

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. **B. $y = 1$.** C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. **B. $y = \frac{1}{5}$.** C. $y = -1$. **D. $y = 5$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 4. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 6. (Mã 103 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	0	+	-
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên:

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty \Rightarrow x = 0$ là TCD của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận

Câu 7. (Mã 102 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		0	
y	0	2	-2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. **B. 2.** C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên đã cho ta có :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ là một TCN của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 0$ là một TCD của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 8. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

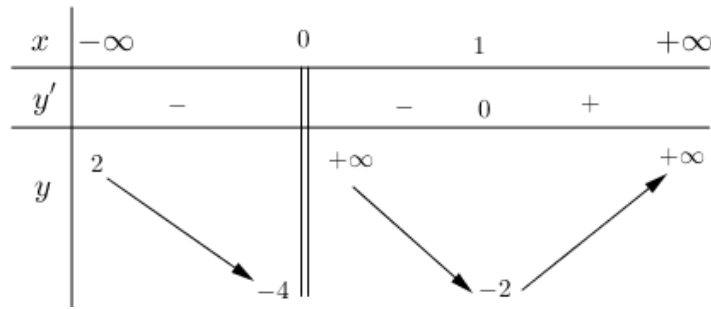
- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. **D. $y = 2$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$. Suy ra đồ thị hàm số có TCN là $y = 2$

Câu 9. (Mã 101 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ Không tồn tại TCN khi $x \rightarrow +\infty$.

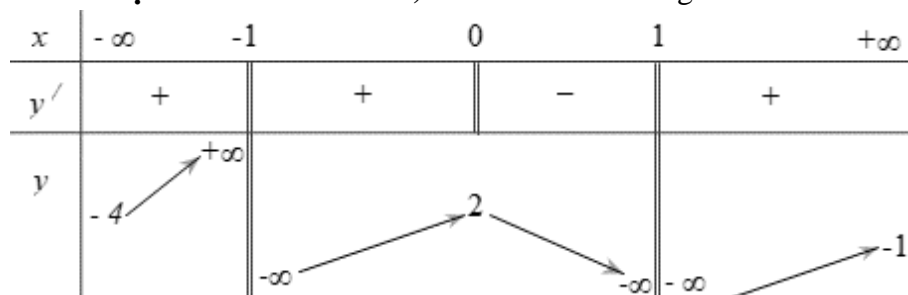
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ vậy hàm số $y = f(x)$ có TCN $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có TCĐ $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 10. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -4$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai TCN là $y = -1$ và $y = -4$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCĐ $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCD $x = 1$.

Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 11. (Mã 104 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		-			-	0	+
y	0			$+\infty$			3
			-4		-3		

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên đồ thị hàm số có 2 TCN: $y = 3$ và $y = 0$.

Và $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ nên hàm số có 1 TCD: $x = 0$.

Câu 12. (Sở Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		-		+		-
y	$+\infty$			$+\infty$	1	
		1	$-\infty$			0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Ta có

$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là TCD của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là TCD của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là TCN của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

Câu 13. (Đề Tham Khảo 2018) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$

D. $y = \frac{x}{x + 1}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x + 1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x + 1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là TCD của đồ thị hàm số.

Câu 14. (Mã 110 2017) Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

A. 2

B. 3

C. 0

D. 1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN.

Mặt khác:

$$\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-4)}{(x+1)} = -\frac{3}{2}$$

$\Rightarrow x = 1$ không là TCD.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x-4)}{(x+1)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-4)}{(x+1)} = +\infty$$

$\Rightarrow x = -1$ là TCD.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 15. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - x^2}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -1$ nên đồ thị hàm số có TCN là $y = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\frac{1}{4}.$$

$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có TCĐ là $x = -2$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 16. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = -\infty$.

Do đó đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -1$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

Lại có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = 2$.

Do đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ và đường thẳng $y = 2$ làm hai đường TCN.

Câu 17. (Mã 123 2017) Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$

A. 2

B. 3

C. 1

D. 0

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \frac{x + 1}{x + 4}$ (với điều kiện xác định), do đó đồ thị hàm có 1 tiệm cận đứng.

Câu 18. (Mã 104 2017) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Lời giải

Chọn C

$$y = \frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x+2} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là TCN của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = -\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là TCD của đồ thị hàm số.}$$

Vậy đồ thị có 2 tiệm cận.

Câu 19. (Mã 101 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D = [-9; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

$$y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \frac{x+9-9}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)}$$

$$(x+1)(\sqrt{x+9}+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \sqrt{x+9}+3=0 \end{cases} \Rightarrow x = -1$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty.$$

\Rightarrow TCD: $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 20. (Mã 103 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = [-25; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$. Biến đổi $f(x) = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)} = +\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng $x = -1$.

Câu 21. (Mã 104 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

Lời giải

Chọn C

Tập xác định hàm số $D = [-16; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

Ta có

$$y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} = \frac{x+16-16}{x(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)}$$

$$(x+1)(\sqrt{x+16}+4) = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = +\infty.$$

vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (\sqrt{x+16}+4) = \sqrt{15}+4 > 0$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x+1) = 0$ và $x \rightarrow (-1)^+$ thì $x > -1 \Rightarrow x+1 > 0$.

$$\text{Tương tự } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = -\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có TCD là $x = -1$.

Câu 22. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2}$ là?

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn C

$$y = \frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2} = \frac{4x^2+6x-4}{(x+2)(\sqrt{4x^2+6x+2})} = \frac{(2x+4)(2x-1)}{(x+2)(\sqrt{4x^2+6x+2})} = \frac{2(2x-1)}{\sqrt{4x^2+6x+2}}$$

$\sqrt{4x^2+6x+2} = 0$. Phương trình vô nghiệm nên hàm số không có TCD.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x(4x+6)} - 2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{6}{x}} - \frac{2}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x(4x+6)} - 2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{6}{x}} - \frac{2}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = -2$$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang $y = \pm 2$.

DẠNG 2. TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ ĐỒ THỊ HÀM SỐ CÓ TIỆM CẬN.

Câu 1. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2020) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

A. 14.

B. 8.

C. 15.

D. 16.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{x^2-8x+m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x^2-8x+m} = 0$ nên hàm số có một TCN $y = 0$.

Hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi hàm số có hai đường tiệm cận đứng \Leftrightarrow phương trình

$$x^2 - 8x + m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 16 - m > 0 \\ m - 7 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m \neq 7 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện m nguyên dương ta có $m \in \{1; 2; 3; \dots; 6; 8; \dots; 15\}$. Vậy có 14 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Câu 2. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+2}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang.

A. $\forall m \in \mathbb{R}$.

B. $\forall m \neq -2$.

C. $\forall m \neq 2$.

D. $\forall m \neq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

ĐK để hàm số có tiệm cận là $ad - bc \neq 0 \Rightarrow m \cdot 1 - 2 \cdot (-1) \neq 0 \Rightarrow m + 2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -2$

Vậy $\forall m \neq -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + m^2 + 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) có tiệm cận đứng.

A. $m \neq 0$.

B. $m = 0$

C. $m \in \emptyset$

D. $m \in \mathbb{R}$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Đồ thị (C) có tiệm cận đứng khi và chỉ khi $x = 1$ không là nghiệm của $g(x) = x^2 - 2x + m^2 + 1 \Leftrightarrow g(1) \neq 0 \Leftrightarrow m^2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Câu 4. (Chuyên Sư Phạm Hà Nội - 2020) Có bao nhiêu số nguyên của m thuộc đoạn $[-100; 100]$ để đồ

thị hàm số $y = \frac{1}{(x-m)\sqrt{2x-x^2}}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 200.

B. 2.

C. 199.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có điều kiện xác định là $\begin{cases} x \neq m \\ x \in (0; 2) \end{cases}$, khi đó đồ thị hàm số sẽ không có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \infty$

Suy ra $x = 0$, $x = 2$ là hai đường tiệm cận đứng

Vậy để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases}$, theo bài m thuộc đoạn $[-100; 100]$. Vậy có 200 số nguyên của m thỏa mãn đầu bài.

Câu 5. (HSG Bắc Ninh 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2}$

có đúng hai đường tiệm cận.

A. $m = -1$

B. $m \in \{1; 4\}$

C. $m = 4$

D. $m \in \{-1; -4\}$

Lời giải

Chọn D

$$y = \frac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2} = \frac{x^2 + m}{(x-1)(x-2)}$$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận \Leftrightarrow đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng

\Leftrightarrow pt $x^2 + m = 0$ nhận nghiệm $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Khi đó: $\begin{cases} m = -1 \\ m = -4 \end{cases}$.

Với $m = -1$ có một tiệm cận đứng $x = 2$.

Với $m = -4$ có một tiệm cận đứng $x = 1$.

Vậy $m \in \{-1; -4\}$.

Câu 6. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 2mx + 4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận

A. $m > 2$

B. $\begin{cases} m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Để đồ thị có ba đường tiệm cận thì $x^2 - 2mx + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\neq -1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (-1)^2 - 2m(-1) + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Câu 7. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m + n$.

A. 0

B. -3

C. 3

D. 6

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tìm nhanh tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ta có

Đồ thị hàm số nhận $x = -\frac{d}{c} = -m - 3 = 0$ làm TCD $\Rightarrow m = -3$

Đồ thị hàm số nhận $y = \frac{a}{c} = n - 3 = 0$ làm TCN $\Rightarrow n = 3$.

Vậy $m + n = 0$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a, b để đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

A. $a = -1; b = 2$.

B. $a = 4; b = 4$.

C. $a = 1; b = 2$.

D. $a = -1; b = -2$.

Lời giải

Chọn C

+ $b = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{-2}$ không có tiệm cận.

+ $b \neq 0$, tập xác định của hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ là $D = R \setminus \left\{ \frac{2}{b} \right\}$.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a + \frac{1}{x}}{b - \frac{2}{x}} = \frac{a}{b}.$$

\Rightarrow đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = 2a$.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{b}^+} y = \lim_{x \rightarrow \frac{2}{b}^+} \frac{ax+1}{bx-2} = \begin{cases} +\infty \\ -\infty \end{cases}.$$

\Rightarrow đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \frac{2}{b} \Rightarrow \frac{2}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow a = 1$.

Vậy $a = 1; b = 2$.

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-10; 10]$ sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x^2+6x-m-3}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 19.

B. 15.

C. 17.

D. 18.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x^2+6x-m-3}$ có hai đường tiệm cận đứng khi phương trình

$$2x^2 + 6x - m - 3 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^2 - 2(-m-3) > 0 \\ 2 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 - m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{15}{2} \\ m \neq 5 \end{cases}$$

Từ đó ta suy ra tập các giá trị nguyên của m thỏa mãn là $\{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
 Vậy có 17 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 10. (Thi thử Lâmônôxốp - Hà Nội 2019) Tổng các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số

$$y = \frac{x-1}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2}$$

có đúng một tiệm cận đứng.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. -3.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2$

Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng khi và chỉ khi $f(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x = 1$ hoặc $f(x) = 0$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(1) = 0 \\ \Delta' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - (m^2 - 2) > 0 \\ 1 + 2(m-1) + m^2 - 2 = 0 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m = 1; m = -3 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn là: $-\frac{1}{2}$.

Câu 11. (Cụm liên trường Hải Phòng 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng.

A. 2019.

B. 2021.

C. 2018.

D. 2020.

Lời giải

Chọn D

Để đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ 12 + m \neq 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2017 \leq m < 4 \\ m \neq -12 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in [-2017; -2016; \dots; 3] \setminus \{-12\}$$

Do đó số giá trị nguyên của tham số m thỏa đề bài là: $3 - (-2017) + 1 - 1 = 2020$ giá trị.

- Câu 12. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Cho hàm số $y = \frac{x-2}{mx^2 - 2x + 4}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Với $m = 0$; ta có hàm số $y = \frac{x-2}{-2x+4} = -2 \Rightarrow$ Không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m \neq 0$, ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{mx^2 - 2x + 4} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận \Leftrightarrow đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow mx^2 - 2x + 4 = 0$ có nghiệm duy nhất hoặc $mx^2 - 2x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x = 2$.

$$mx^2 - 2x + 4 = 0 \text{ có nghiệm duy nhất } \Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}.$$

$$mx^2 - 2x + 4 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm } x = 2. \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 4m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{4} \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$m = 0$ không thỏa mãn điều kiện.

Vậy chỉ có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 13. (Chuyên Bắc Ninh 2019)** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2 - 2x + 3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

- A.** 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Chọn B

+ $f(x) = mx^2 - 2x + 3$ có bậc ≥ 1 nên đồ thị hàm số luôn có 1 tiệm cận ngang.

+ Do đó: Yêu cầu bài toán 9 đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng.

+ $m = 0$, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \frac{3}{2} \Rightarrow m = 0$ thỏa bài toán.

+ $m \neq 0$, đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2 - 2x + 3 = 0$ có nghiệm

$$\text{kép hoặc nhận } x=1 \text{ làm nghiệm } \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_f = 0 \\ f(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ m = -1 \end{cases}$$

$$\text{+ KL: } m \in \left\{ 0; \frac{1}{3}; -1 \right\}.$$