

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 1.

a) Tìm x biết $(x-1)^3 + (3x-1)^3 = 8(2x-1)^3$

b) Cho các số a,b thỏa mãn: $a^3 + (b+2)(b^2 - 2b + 4) - 6ab = 0$.

Biết $a \neq b$, chứng minh $a + b = -2$.

HD:

a)

$$(x-1)^3 + (3x-1)^3 + (2-4x)^3 = 0.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} (x-1) = a \\ (3x-1) = b \end{cases} \Rightarrow 2-4x = -(a+b) \Rightarrow a^3 + b^3 - (a+b)^3 = 0 \Rightarrow -3ab(a+b) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \Rightarrow x = 1 \\ b = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \\ a + b = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

b) $a^3 + b^3 + 8 - 6ab = (a+b+2)(a^2 + b^2 + 4 - ab - 2a - 2b) = 0$

Do a khác b nên $a^2 + b^2 + 4 - ab - 2a - 2b \neq 0$ do đó $a+b+2=0$ (đpcm)

Câu 2. Tìm x biết $(2x-1)^3 + (3x-2)^3 = (5x-3)^3$

HD:

$$\Leftrightarrow (2x-1)^3 + (3x-2)^3 + (3-5x)^3 = 0$$

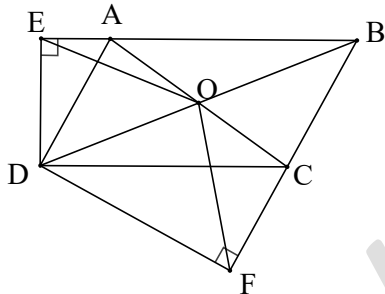
$$\Leftrightarrow a^3 + b^3 - (a+b)^3 = 0, (a = 2x-1; b = 3x-2)$$

$$\Leftrightarrow -3ab(a+b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2x-1 = 0 \\ b = 3x-2 = 0 \\ a+b = 5x-3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{2}{3} \\ x = \frac{3}{5} \end{cases}$$

HÌNH HỌC

Bài 1. Cho hình bình hành ABCD có $\widehat{ABC} = 75^\circ$, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Từ D hạ DE, DF lần lượt vuông góc với AB và BC (E thuộc AB, F thuộc BC). Tính \widehat{EOF} .

HD:



Vì ABCD là hình bình hành nên O là trung điểm của AC và BD.

Xét $\triangle EBD$ vuông tại E có EO là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BD

$$\Rightarrow EO = \frac{1}{2}BD = BO$$

$$\Rightarrow \triangle EOB \text{ cân tại } O \Rightarrow \widehat{OEB} = \widehat{OBE}$$

$$\widehat{DOE} \text{ là góc ngoài tại đỉnh } O \text{ của } \triangle EOB \text{ nên } \widehat{DOE} = \widehat{OEB} + \widehat{EBO} = 2\widehat{OBE}$$

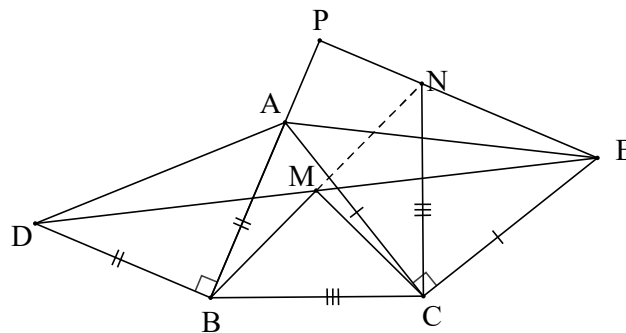
Chứng minh tương tự $\triangle BOF$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{OBF} = \widehat{OFB}$

$$\widehat{DOF} \text{ là góc ngoài tại đỉnh } O \text{ của } \triangle BOF \Rightarrow \widehat{DOF} = \widehat{OBF} + \widehat{OFB} = 2\widehat{OBF}$$

$$\text{Ta có: } \widehat{EOF} = \widehat{DOE} + \widehat{DOF} = 2(\widehat{OBE} + \widehat{OBF}) = 2\widehat{EBF} = 2 \cdot 75^\circ = 150^\circ.$$

Bài 2. Cho tam giác ABC. Về phía ngoài tam giác ABC vẽ các tam giác ABD vuông cân tại B, tam giác ACE vuông cân tại C. Gọi M là trung điểm của DE. Chứng minh rằng $\triangle MBC$ vuông cân.

HD:



Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A vẽ $\triangle BCN$ vuông cân tại N.

Gọi P là giao điểm của EN và BA.

Ta có: $\triangle ABC = \triangle NEC$ (c.g.c) $\Rightarrow NE = AB$; $\widehat{BAC} = \widehat{NEC}$.

Mà $\widehat{BAC} + \widehat{PAC} = 180^\circ$ (kề bù) nên $\widehat{NEC} + \widehat{PAC} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{APE} + \widehat{ACE} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{APE} = 90^\circ$ (Do $\widehat{ACE} = 90^\circ$)

$\Rightarrow EP \perp BP$.

Mặt khác $DB \perp BP$ (giả thiết)

$\Rightarrow EP \parallel BD \Rightarrow EN \parallel BD$

Xét tứ giác $BDNE$ có $BD \parallel EN$ và $BD = EN (= AB)$

\Rightarrow Tứ giác $BDNE$ là hình bình hành $\Rightarrow DE$ và BN cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

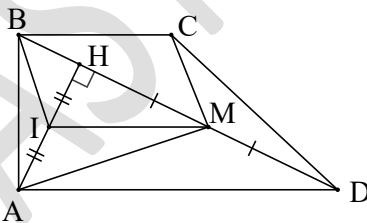
Mà M là trung điểm của DE nên M là trung điểm của BN .

Xét $\triangle BCN$ vuông cân tại C có CM là đường trung tuyến $\Rightarrow CM = BM = \frac{1}{2}BN$ và $CM \perp BM$

$\Rightarrow \triangle BMC$ vuông cân tại M .

Bài 3. Cho hình thang vuông $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$; $AD = 2BC$. Kẻ AH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M là trung điểm của HD . Chứng minh CM vuông góc với AM .

HD:



Gọi I là trung điểm của AH .

Xét tam giác AHD có I là trung điểm của AH , M là trung điểm của HD

$\Rightarrow IM$ là đường trung bình của tam giác AHD

$\Rightarrow IM \parallel AD$ và $IM = \frac{1}{2}AD$.

Ta có: $BC \parallel AD$ và $BC = \frac{1}{2}AD$ (giả thiết)

Do đó: $BC \parallel IM$ và $BC = IM$

\Rightarrow Tứ giác $BCMI$ là hình bình hành

$\Rightarrow BI \parallel CM$ (1).

Ta có: $MI \parallel AD$, $AB \perp AD \Rightarrow MI \perp AB$

Xét tam giác ABM có $AH \perp BM$; $MI \perp AB$, I là giao điểm của AH và MI

⇒ I là trực tâm của tam giác ABM

⇒ $BI \perp AM$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $CM \perp AM$.