

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 11
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

CA 1

Câu 6. Chị Hương vay trả góp một khoản tiền 100 triệu đồng và đồng ý trả dần 2 triệu đồng mỗi tháng với lãi suất 0,8% số tiền còn lại của mỗi tháng. Gọi A_n ($n \in \mathbb{N}$) là số tiền còn nợ (triệu đồng) của chị Hương sau n tháng.

- a) Tìm lần lượt $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ để tính số tiền còn nợ của chị Hương sau 6 tháng.
b) Dự đoán hệ thức truy hồi đối với dãy số (A_n) .

HD:

- a) Tìm lần lượt $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ để tính số tiền còn nợ của chị Hương sau 6 tháng.

Ta có A_n ($n \in \mathbb{N}$) là số tiền còn nợ (triệu đồng) của chị Hương sau n tháng, ta được:

Tháng đầu khi chị Hương vay 100 triệu thì số tiền chị Hương nợ là $A_0 = 100$.

Số tiền còn nợ của chị Hương sau 1 tháng: $A_1 = 100(1+0,8\%) - 2$.

Số tiền còn nợ của chị Hương sau 2 tháng:

$$A_2 = A_1(1+0,8\%) - 2 = 100(1+0,8\%)^2 - 2 \cdot (1+0,8\%) - 2.$$

Số tiền còn nợ của chị Hương sau 3 tháng:

$$A_3 = A_2(1+0,8\%) - 2 = 100(1+0,8\%)^3 - 2 \cdot (1+0,8\%)^2 - 2 \cdot (1+0,8\%) - 2.$$

Số tiền còn nợ của chị Hương sau 4 tháng:

$$A_4 = A_3(1+0,8\%) - 2 = 100(1+0,8\%)^4 - 2 \cdot (1+0,8\%)^3 - 2 \cdot (1+0,8\%)^2 - 2 \cdot (1+0,8\%) - 2.$$

Số tiền còn nợ của chị Hương sau 5 tháng:

$$\begin{aligned} A_5 &= A_4(1+0,8\%) - 2 \\ &= 100(1+0,8\%)^5 - 2 \cdot (1+0,8\%)^4 - 2 \cdot (1+0,8\%)^3 - 2 \cdot (1+0,8\%)^2 - 2 \cdot (1+0,8\%) - 2. \end{aligned}$$

Số tiền còn nợ của chị Hương sau 6 tháng:

$$A_6 = A_5(1+0,8\%) - 2$$

$$= 100(1+0,8\%)^6 - 2.(1+0,8\%)^5 - 2.(1+0,8\%)^4 - 2.(1+0,8\%)^3 - 2.(1+0,8\%)^2 - 2.(1+0,8\%) - 2 \text{ Số}$$

$$= 92,654.$$

tiền còn nợ của chị Hương sau 6 tháng: 92,654 triệu đồng.

b) Dự đoán hệ thức truy hồi đối với dãy số (A_n) .

Ta thấy:

$$A_0 = 100.$$

$$A_1 = 100(1+0,8\%) - 2.$$

$$A_2 = A_1(1+0,8\%) - 2 = 100(1+0,8\%)^2 - 2.(1+0,8\%) - 2.$$

$$A_3 = A_2(1+0,8\%) - 2 = 100(1+0,8\%)^3 - 2. \sum_{k=0}^2 (1+0,8\%)^k.$$

$$A_4 = A_3(1+0,8\%) - 2 = 100(1+0,8\%)^4 - 2. \sum_{k=0}^3 (1+0,8\%)^k.$$

$$A_5 = A_4(1+0,8\%) - 2 = 100(1+0,8\%)^5 - 2. \sum_{k=0}^4 (1+0,8\%)^k.$$

$$A_6 = A_5(1+0,8\%) - 2 = 100(1+0,8\%)^6 - 2. \sum_{k=0}^5 (1+0,8\%)^k.$$

Suy ra hệ thức truy hồi đối với dãy số (A_n) là

$$A_n = A_{n-1}(1+0,8\%) - 2 = 100(1+0,8\%)^n - 2. \sum_{k=0}^{n-1} (1+0,8\%)^k.$$

Câu 10. Cho dãy số $u_n = \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Tính tổng 50 số hạng đầu tiên của dãy.

HD:

Ta có $S_{50} = \frac{1}{1.2.3} + \dots + \frac{1}{50.51.52}$. Ta xét trường hợp tổng quát S_n .

Ta có $2S_n = \frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{2.3.4} + \frac{2}{3.4.5} + \dots + \frac{2}{n(n+1)(n+2)}$, trong đó

$$\frac{2}{1.2.3} = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3}; \frac{2}{2.3.4} = \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}; \frac{2}{3.4.5} = \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5}; \frac{2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

Khi đó

$$2S_n = \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} \right) + \left(\frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} \right) + \left(\frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right)$$

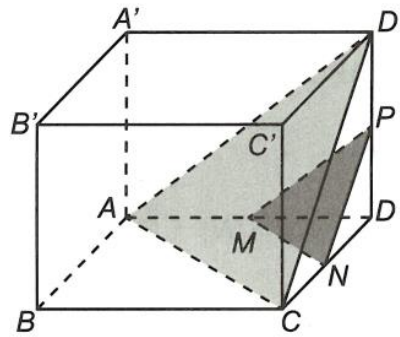
$$= \frac{1}{1.2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n^2 + 3n}{(n+1)(n+2)} \Rightarrow S_n = \frac{n^2 + 3n}{2(n+1)(n+2)}$$

$$\text{Vậy } S_{50} = \frac{50^2 + 3.50}{2.(50+1)(50+2)} = \frac{1325}{2652}$$

CA 2

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, DC, DD' . Chứng minh rằng (MNP) song song với (ACD') .

HD:



Xét $\triangle ADD'$ có $MP \parallel AD'$, mà $AD' \subset (ACD') \Rightarrow MP \parallel (ACD')$.

Tương tự trong $\triangle ACD$ có $MN \parallel AC$, mà $AC \subset (ACD') \Rightarrow MN \parallel (ACD')$

$$\text{Ta có } \begin{cases} MP \parallel (ACD') \\ MN \parallel (ACD') \\ MN, MP \subset (MNP) \\ MN \cap MP = \{M\} \end{cases}$$

Suy ra $(MNP) \parallel (ACD')$.