

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: Ngày học:

Ca 1

Câu 9. Tìm số tự nhiên n để:

a) $A = n^3 - n^2 + n - 1$ là số nguyên tố

b) $B = \frac{n^4 + 3n^3 + 2n^2 + 6n - 2}{n^2 + 2}$ có giá trị là một số nguyên.

c) $D = n^5 - n + 2$ là số chính phương.

HD:

a) $A = n^3 - n^2 + n - 1 = (n^2 + 1)(n - 1)$

Để A là nguyên tố thì $n - 1 = 1 \Leftrightarrow n = 2$. Khi đó $A = 5$

b) $B = n^2 + 3n - \frac{2}{n^2 + 2}$

B có giá trị nguyên $\Leftrightarrow 2 : n^2 + 2$

$$n^2 + 2 \text{ là ước tự nhiên của } 2 \Rightarrow \begin{cases} n^2 + 2 = 1 \\ n^2 + 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 = -1 \text{ (ktm)} \\ n = 0 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy với $n = 0$ thì B có giá trị nguyên.

c)

$$\begin{aligned} D &= n^5 - n + 2 = n(n^4 - 1) + 2 = n(n + 1)(n - 1)(n^2 + 1) + 2 \\ &= n(n - 1)(n + 1) \left[(n^2 - 4) + 5 \right] + 2 = n(n - 1)(n + 1)(n - 2)(n + 2) + 5n(n - 1)(n + 1) + 2 \end{aligned}$$

Mà $n(n - 1)(n + 1)(n - 2)(n + 2) : 5$ (tích 5 số tự nhiên liên tiếp)

Và $5n(n - 1)(n + 1) : 5$. Vậy D chia 5 dư 2

Do đó D có tận cùng là 2 hoặc 7 nên D không phải là số chính phương.

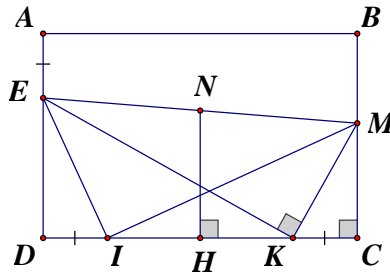
Vậy không có giá trị nào của n để D là số chính phương.

Ca 2

Bài 8. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB > AD$. Lấy điểm E thuộc đoạn AD , các điểm I, K thuộc đoạn CD sao cho $DI = CK = AE$. Đường thẳng qua K và vuông góc với EK cắt đoạn BC tại M . Chứng minh

rằng $IM \perp IE$.

HD:



Gọi N, H lần lượt là trung điểm của EM, CD thì NH là đường trung bình của hình thang MEDC. Suy ra NH vuông góc với CD.

Hiển nhiên H là trung điểm của IK. Do đó, tam giác NIK cân đỉnh N. Vì vậy, $NI = NK = \frac{1}{2}EM$ (do tam giác EKM vuông đỉnh K có KN là trung tuyến ứng với cạnh huyền).

Do đó, trong tam giác EIM có trung tuyến IN bằng nửa cạnh EM. Do đó, tam giác EIM vuông tại E nên $EI \perp IM$.