

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 6
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: Ngày học:

CA 1

Câu 1. Thực hiện phép tính:

$$\frac{9 \cdot 5^{20} \cdot 27^9 - 3 \cdot 9^{15} \cdot 25^9}{7 \cdot 3^{29} \cdot 125^6 - 3 \cdot 3^9 \cdot 15^{19}}$$

HD:

$$\frac{9 \cdot 5^{20} \cdot 27^9 - 3 \cdot 9^{15} \cdot 25^9}{7 \cdot 3^{29} \cdot 125^6 - 3 \cdot 3^9 \cdot 15^{19}} = \frac{3^2 \cdot 5^{20} \cdot 3^{27} - 3 \cdot 3^{30} \cdot 5^{18}}{7 \cdot 3^{29} \cdot 5^{18} - 3^{10} \cdot 3^{19} \cdot 5^{19}} = \frac{3^{29} \cdot 5^{20} - 3^{31} \cdot 5^{18}}{7 \cdot 3^{29} \cdot 5^{18} - 3^{29} \cdot 5^{19}} = \frac{3^{29} \cdot 5^{18} (5^2 - 3^2)}{3^{29} \cdot 5^{18} (7 - 5)} = 8$$

Câu 2. Thực hiện phép tính:

$$\frac{5^2 \cdot 6^{11} \cdot 16^2 + 6^2 \cdot 12^6 \cdot 15^2}{2 \cdot 6^{12} \cdot 10^4 - 81^2 \cdot 960^3}$$

HD:

$$\begin{aligned} \frac{5^2 \cdot 6^{11} \cdot 16^2 + 6^2 \cdot 12^6 \cdot 15^2}{2 \cdot 6^{12} \cdot 10^4 - 81^2 \cdot 960^3} &= \frac{5^2 (2 \cdot 3)^{11} \cdot (2^4)^2 + (2 \cdot 3)^2 \cdot (2^2 \cdot 3)^6 \cdot (3 \cdot 5)^2}{2 \cdot (2 \cdot 3)^{12} \cdot (2 \cdot 5)^4 - (3^4)^2 \cdot (2^6 \cdot 3 \cdot 5)^3} \\ &= \frac{5^2 \cdot 2^{19} \cdot 3^{11} + 2^{14} \cdot 3^{10} \cdot 5^2}{2^{17} \cdot 5^4 \cdot 3^{12} - 3^{11} \cdot 2^{18} \cdot 5^3} = \frac{5^2 \cdot 3^{10} \cdot 2^{14} \cdot (2^5 \cdot 3 + 1)}{2^{17} \cdot 5^3 \cdot 3^{11} \cdot (5 \cdot 3 - 2)} = \frac{2^5 \cdot 3 + 1}{2^3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 13} \\ &= \frac{32 \cdot 3 + 1}{8 \cdot 15 \cdot 13} = \frac{96 + 1}{120 \cdot 13} = \frac{97}{1560} \end{aligned}$$

Câu 3. Tính $C = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$

HD:

Ta có:

$$C = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2 = 2^2 (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2)$$

$$\text{Đặt } A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + \dots + 10 \cdot 10$$

$$A = 1(2-1) + 2(3-1) + 3(4-1) + \dots + 10(11-1)$$

$$A = (1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 10 \cdot 11) - (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10)$$

$$= \frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{3} - \frac{10 \cdot 11}{2} = 10 \cdot 11 \cdot 4 - 5 \cdot 11 = 385$$

$$\Rightarrow C = 4 \cdot 385 = 1540$$

Câu 4. Tính $B = 1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + \dots + 99 \cdot 100^2$

HD:

Ta có:

$$B = 1.2^2 + 2.3^2 + 3.4^2 + \dots + 99.100^2$$

$$B = 1.2.2 + 2.3.3 + 3.4.4 + \dots + 99.100.100$$

$$B = 1.2(3-1) + 2.3(4-1) + \dots + 99.100(100-1)$$

$$B = (1.2.3 - 1.2) + (2.3.4 - 2.3) + \dots + (99.100.101 - 99.100)$$

$$B = (1.2.3 + 2.3.4 + \dots + 99.100.101) - (1.2 + 2.3 + \dots + 99.100)$$

Đặt $N = (1.2.3 + 2.3.4 + \dots + 99.100.101)$, $M = (1.2 + 2.3 + \dots + 99.100)$

Tính N , ta có:

$$4N = 1.2.3(4-0) + 2.3.4(5-1) + \dots + 99.100.101(102-98)$$

$$4N = (1.2.3.4 - 0.1.2.3) + (2.3.4.5 - 1.2.3.4) + \dots + (99.100.101.102 - 98.99.100.101)$$

$$4N = 99.100.101.102$$

$$\Rightarrow N = \frac{99.100.101.102}{4}$$

Tương tự tính M ta có $M = \frac{99.100.101}{3}$

Vậy $B = \frac{99.100.101.102}{4} - \frac{99.100.101}{3}$

Câu 5.

1) Tính $B = 1 - 5 + 5^2 - 5^3 + 5^4 - \dots - 5^{99} + 5^{100}$

2) Tính $A = 1 - a^d + a^{2d} - a^{3d} + \dots + a^{2nd}$ ($a \geq 2, n \in \mathbb{N}$)

3) Chứng tỏ rằng $2018^{2009} + 1$ chia hết cho 2019

HD:

1, Tương tự

Ta có $B = 1 - 5 + 5^2 - 5^3 + 5^4 - \dots - 5^{99} + 5^{100}$

$$5.B = 5 - 5^2 + 5^3 - 5^4 + 5^5 - \dots - 5^{100} + 5^{101}$$

Quan sát về quy luật dấu của các số hạng trong tổng B và $5B$. Để các lũy thừa bị triệt tiêu hàng loạt ta

nghĩ đến tính $5B + B = 5^{101} + 1 \Rightarrow 6B = 5^{101} + 1 \Rightarrow B = \frac{5^{101} + 1}{6}$

2, Ta có: $A = 1 - a^d + a^{2d} - a^{3d} + \dots + a^{2nd}$

$$a^d A = a^d + a^{2d} - a^{3d} + \dots + a^{(2n+1)d}$$

$$a^d A + A = a^{(2n+1)d} + 1 \Rightarrow A = \frac{a^{(2n+1)d} + 1}{a^d + 1}$$

3, Nhận thấy $2018 + 1 = 2019$. Với công thức đã tìm được ở câu 2.

Hơn nữa $A = 1 - a^d + a^{2d} - a^{3d} + \dots + a^{2nd}$ có giá trị là số nguyên

Nên $a^{(2n+1)d} + 1 : (a^d + 1)$. Do đó để làm câu d ta nghĩ ngay đến cách làm sau:

$$\text{Xét } S = 1 - 2018 + 2018^2 - 2018^3 + \dots + 2018^{2008}$$

$$2018.S = 2018 - 2018^2 + 2018^3 - 2018^4 + \dots + 2018^{2009}$$

$$2018.S + S = 2018^{2009} + 1 \Rightarrow 2019.S = 2018^{2009} + 1$$

$$2018^{2009} + 1 = 2019.(1 - 2018 + 2018^2 - 2018^3 + \dots + 2018^{2008})$$

Mà $1 - 2018 + 2018^2 - 2018^3 + \dots + 2018^{2008}$ có giá trị là số nguyên.

Suy ra $2018^{2009} + 1$ chia hết cho 2019.

CA 2

Bài 1. Tìm số tự nhiên n để $n + 7 : n + 3$

$$\text{HD } n + 7 : n + 3 \Rightarrow 4 : n + 3 \Rightarrow n + 3 \in U(4) = \{1, 2, 4\} \Rightarrow n \in \{1\}$$

Bài 2. Tìm số tự nhiên n để $5n + 3 : 3n + 1$

HD

$$5n + 3 : 3n + 1 \Rightarrow 15n + 9 : 3n + 1 \Rightarrow 15n + 5 + 4 : 3n + 1 \Rightarrow 4 : 3n + 1$$

$$\Rightarrow 3n + 1 \in U(4) = \{1, 2, 4\} \Rightarrow n \in \{0, 1\}$$

Bài 3. Tìm các số tự nhiên x, y sao cho $(x+1)(2y-1) = 12$

$$\text{HD } (x+1)(2y-1) = 12 \Rightarrow 12 : (2y-1) \Rightarrow \begin{cases} 2y-1=1 \\ 2y-1=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=11 \\ x=3 \end{cases}$$