

TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

CA 1

Trình bày tự luận câu 27 và câu 28.

Câu 27. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Một khối trụ có thể tích bằng 6π . Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy của khối trụ đó gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới bằng bao nhiêu?

- A. $V = 162\pi$ B. $V = 27\pi$ C. $V = 18\pi$ D. $V = 54\pi$

HD:

Ta có: $V_1 = \pi R^2 \cdot h = 6\pi$

Suy ra: $V_2 = \pi (3R)^2 \cdot h = 9V_1 = 9 \cdot 6\pi = 54\pi$.

Câu 28. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Hỏi nếu tăng chiều cao của khối trụ lên 2 lần, bán kính của nó lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với khối trụ ban đầu?

- A. 36. B. 6. C. 18. D. 12.

HD:

Giả sử ban đầu khối trụ có chiều cao h_1 và bán kính r_1 . Khi đó, khối trụ có thể tích là $V_1 = \pi r_1^2 h_1$.

Sau khi tăng chiều cao của khối trụ lên 2 lần, bán kính của nó lên 3 lần thì khối trụ có chiều cao $2h_1$ và bán kính $3r_1$. Khi đó, khối trụ mới có thể tích là $V_2 = \pi (3r_1)^2 \cdot 2h_1 = 18\pi r_1^2 h_1$.

Do vậy $\frac{V_2}{V_1} = 18$.

CA 2

DẠNG 1. TÍNH, RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA LOGARIT.

Câu 1: (MĐ 103-2022) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A. $3 \log_a b$. B. $\log_a b$. C. $-3 \log_a b$. D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

HD:

Chọn A.

Ta có $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = \log_{a^{-1}} b^{-3} = 3 \log_a b$.

Câu 2: (TK 2020-2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2 \log_3 a$ C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.

HD:

Chọn D.

Ta có $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$.

Câu 3: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. -3 . **B.** $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. 3 .

HD:

Chọn B.

Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có $\log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 4: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng

- A. 2 . **B.** -2 . C. $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

HD:

Chọn D.

Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có: $\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a a = \frac{1}{2}$.

Câu 5: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

- A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $-\frac{1}{5}$. C. 5 . D. -5

HD:

Chọn A.

Ta có $\log_a \sqrt[5]{a} = \log_a a^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$.

Câu 6: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2) Với mọi số thực a dương, $\log_4(4a)$ bằng

- A.** $1 + \log_4 a$. **B.** $1 - \log_4 a$. C. $\log_4 a$. D. $4 \log_4 a$.

HD:

Chọn A.

Với mọi số thực a dương, ta có $\log_4(4a) = \log_4 4 + \log_4 a = 1 + \log_4 a$.

Câu 7: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 + b = 64$. **B.** $a^3 b = 256$. C. $a^3 b = 64$. D. $a^3 + b = 256$.

HD:

Chọn B.

$\log_2 a^3 + \log_2 b = 8 \Leftrightarrow \log_2(a^3 b) = 8 \Leftrightarrow a^3 b = 2^8 \Leftrightarrow a^3 b = 256$

Câu 8: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 + b = 49$. **B.** $a^3 b = 128$. C. $a^3 + b = 128$. D. $a^3 b = 49$.

HD:

Chọn B

Điều kiện: $a > 0, b > 0$. Ta có: $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2(a^3 b) = 7 \Leftrightarrow a^3 b = 2^7 \Leftrightarrow a^3 b = 128$.

Câu 9. Với a và b là hai số thực dương tùy ý; $\log_2(a^3 b^4)$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_2 a + \frac{1}{4}\log_2 b$

B. $3\log_2 a + 4\log_2 b$

C. $2(\log_2 a + \log_4 b)$

D. $4\log_2 a + 3\log_2 b$.

HD:

Chọn B

Ta có: $\log_2(a^3b^4) = \log_2 a^3 + \log_2 b^4 = 3\log_2 a + 4\log_2 b$ nên **B** đúng.

Câu 10. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 27\log_a b$.

B. $P = 15\log_a b$.

C. $P = 9\log_a b$.

D. $P = 6\log_a b$.

HD:

Chọn D

$$\text{Ta có } P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3\log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2}\log_a b = 6\log_a b.$$

Câu 11. Với các số thực dương a, b bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2\log_a b$

B. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2}\log_a b$

C. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\log_a b$

D. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2\log_a b$

HD:

Chọn A.

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} &= \log_a \sqrt[3]{a} - \log_a b^2 \\ &= \log_a a^{\frac{1}{3}} - 2\log_a b \\ &= \frac{1}{3}\log_a a - 2\log_a b = \frac{1}{3} - 2\log_a b \end{aligned}$$

Câu 12. Cho các số thực dương a, b, c với $a, b \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$.

B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4}\log_a c$.

C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4\log_a c$.

D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2\log_a c$.

HD:

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2\log_a b \cdot \log_{\frac{1}{b^2}} c = 2\log_a b \cdot 2\log_b c = 4\log_a b \cdot \log_b c = 4\log_a c$$

Câu 13. Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$

B. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$

C. $\log(10ab)^2 = 2 + 2\log(ab)$

D. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$

HD:

Chọn B

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + \log(ab)^2 \Rightarrow A \text{ đúng}$$

$$1 + \log a + \log b = \log(10ab) \Rightarrow (1 + \log a + \log b)^2 = \log^2(10ab) \neq \log(10ab)^2 \Rightarrow B \text{ sai}$$

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + 2\log(ab) \Rightarrow C \text{ đúng}$$

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + 2\log(ab) = 2(1 + \log a + \log b) \Rightarrow D \text{ đúng}$$

Câu 14. Cho $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Khi đó $\log_a(a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng

A. 13

B. 5

C. 8

D. 10

HD:

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_a(a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2\log_a b + \frac{1}{2}\log_a c = 3 + 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 = 8.$$

Câu 15. Với $a > 0$, đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(4a^3)$ bằng

A. $3b + 5$.

B. $3b$.

C. $3b + 2$.

D. $3b - 1$.

HD:

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \log_2(2a) = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + \log_2 a$$

$$\Rightarrow \log_2 a = b - 1$$

$$\log_2(4a^3) = \log_2[(2a)^2 \cdot a] = \log_2(2a)^2 + \log_2 a = 2b + b - 1 = 3b - 1.$$

Câu 16. (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Với $a > 0$, đặt $\log_3(3a) = b$, khi đó $\log_3(9a^3)$ bằng

A. $3b$.

B. $3b - 1$.

C. $3b + 2$.

D. $3b + 5$.

HD:

Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_3(3a) = b \Rightarrow 1 + \log_3 a = b \Rightarrow \log_3 a = b - 1$$

$$\text{Suy ra } \log_3(9a^2) = 2 + 3\log_3 a = 2 + 3(b - 1) = 3b - 1.$$

Câu 17. (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Với $a > 0$, đặt $\log_3(3a) = b$ khi đó $\log_3(27a^4)$ bằng

A. $4b + 3$.

B. $4b$.

C. $4b - 1$.

D. $4b + 7$.

HD:

Chọn C.

$$\text{Ta có } \log_3(3a) = b \Leftrightarrow 1 + \log_3 a = b \Rightarrow \log_3 a = b - 1$$

$$\log_3(27a^4) = \log_3 27 + \log_3 a^4 = 3 + 4\log_3 a = 3 + 4(b - 1) = 4b - 1$$

Câu 18. (Mã 110 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a(x - y)$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

HD:

Chọn A

Theo tính chất của logarit.

Câu 19. (Mã 104 2017) Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 a = \log_a 2$

B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$

C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$

D. $\log_2 a = -\log_a 2$

HD:

Chọn C

Áp dụng công thức đổi cơ số.

Câu 20. (Mã 103 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$

B. $\ln \frac{7}{3}$

C. $\ln(4a)$

D. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$

HD:

Chọn B

$$\ln(7a) - \ln(3a) = \ln\left(\frac{7a}{3a}\right) = \ln \frac{7}{3}.$$

Câu 21. (Mã 110 2017) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

A. $P = 13$

B. $P = 31$

C. $P = 30$

D. $P = 108$

HD:

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_a (b^2 c^3) = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2.2 + 3.3 = 13.$$

Câu 22. Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 7$.

B. $T = 3$.

C. $T = 2$.

D. $T = 1$.

HD:

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \log_{700} 490 = \frac{\log 490}{\log 700} = \frac{\log 10 + \log 49}{\log 100 + \log 7} = \frac{1 + 2 \log 7}{2 + \log 7} = \frac{4 + 2 \log 7 - 3}{2 + \log 7} = 2 + \frac{-3}{2 + \log 7}$$

$$\text{Suy ra } a = 2, b = -3, c = 2$$

$$\text{Vậy } T = 1.$$

Câu 23. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2}$ (với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

A. $\sqrt{3}$.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

HD:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2}) = 5 + \log_a b + 2 - \log_a b - 6 = 1.$$

Câu 24. Tính $T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100}$.

A. $\frac{1}{10}$.

B. -2.

C. $\frac{1}{100}$.

D. 2.

HD:

Chọn B

$$T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100} = \log \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \right) = \log \frac{1}{100} = \log 10^{-2} = -2.$$

Câu 25. Cho $a, b, x > 0$; $a > b$; $b, x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$.

Khi đó biểu thức $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng:

- A. $P = \frac{5}{4}$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \frac{16}{15}$. D. $P = \frac{4}{5}$.

HD:

Chọn A.

$$\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2} \Leftrightarrow \log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \log_x \sqrt{b}$$
$$\Leftrightarrow a+2b = 3\sqrt{ab} \Leftrightarrow a^2 - 5ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-b)(a-4b) = 0 \Leftrightarrow a = 4b \text{ (do } a > b).$$
$$P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2} = \frac{32b^2 + 12b^2 + b^2}{36b^2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 26. (Đề Tham Khảo 2017) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}$

$$\text{và } \log_a b = \sqrt{3}. \text{ Tính } P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

- A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$ B. $P = -1 + \sqrt{3}$
C. $P = -1 - \sqrt{3}$ D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

HD:

Chọn C

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)}{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -1 - \sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a = 2, b = 2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P = -1 - \sqrt{3}$.

Câu 27. (Mã 103 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$.

Giá trị của $2 \log_2 a + 3 \log_2 b$ bằng

- A. 2. B. 8. C. 16. D. 4.

HD:

Chọn D

$$\text{Ta có } 2 \log_2 a + 3 \log_2 b = \log_2 (a^2 b^3) = \log_2 16 = 4$$

Câu 28. (Mã 101 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$

Giá trị của $4 \log_2 a + \log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

HD:

Chọn A

$$4\log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2 (a^4 b) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4.$$

Câu 30. (Mã 123 2017) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 6\log_a b$ B. $P = 27\log_a b$ C. $P = 15\log_a b$ D. $P = 9\log_a b$

HD:

Chọn A

$$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3\log_a b + \frac{6}{2}\log_a b = 6\log_a b.$$

Câu 31. (Mã 104 2019) Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$.

Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

- A. 6. B. 2. C. 3. D. 8.

HD:

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2 (ab^3) = \log_2 8 = 3.$$

Câu 32. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Xét tất cả các số dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8 (ab)$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

HD:

Chọn D

Theo đề ta có:

$$\begin{aligned} \log_2 a = \log_8 (ab) &\Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3}\log_2 (ab) \Leftrightarrow 3\log_2 a = \log_2 (ab) \\ &\Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2 (ab) \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b \end{aligned}$$

Câu 33. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Xét số thực a, b thỏa mãn $\log_3 (3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + 2b = 2$. B. $4a + 2b = 1$. C. $4ab = 1$. D. $2a + 4b = 1$.

HD:

Chọn D

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3 (3^a \cdot 9^b) = \log_9 3 &\Leftrightarrow \log_3 (3^a \cdot 3^{2b}) = \log_3 3 \\ \Leftrightarrow \log_3 3^{a+2b} = \log_3 3^1 &\Leftrightarrow a + 2b = 1 \Leftrightarrow 2a + 4b = 1. \end{aligned}$$

Câu 34. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$.

Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 2 D. 4

HD:

Chọn D

Ta có :

$$9^{\log_3(ab)} = 4a$$

$$\Leftrightarrow \left(3^{\log_3(ab)}\right)^2 = 4a$$

$$\Leftrightarrow (ab)^2 = 4a$$

$$\Leftrightarrow ab^2 = 4$$

DẠNG 2. BIỂU DIỄN BIỂU THỨC LOGARIT NÀY THEO LOGARIT KHÁC.

Câu 1. (Mã 105 2017) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \frac{5}{4}$

B. $I = 0$

C. $I = 4$

D. $I = \frac{3}{2}$

HD:

Chọn D

$$I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2 = 2\log_3 (\log_3 3 + \log_3 a) + 2\log_{2^{-2}} b = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2019) Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$

B. $\frac{3}{4a}$

C. $\frac{4}{3a}$

D. $\frac{4a}{3}$

HD:

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_{16} 27 = \frac{3}{4} \log_2 3 = \frac{3}{4 \cdot \log_3 2} = \frac{3}{4a}$$

Câu 3. Với $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$, $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$

B. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$

C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$

D. $\frac{(3b+a)c}{1+c}$

HD:

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_{27} 5 = a \Rightarrow a = \frac{1}{3} \log_3 5 \Rightarrow 3a = \log_3 5 \Rightarrow \log_5 3 = \frac{1}{3a}$$

$$\log_3 7 = b \Rightarrow \log_7 3 = \frac{1}{b}; \quad bc = \log_2 3 \cdot \log_3 7 = \log_2 7 \Rightarrow \log_7 2 = \frac{1}{bc};$$

$$3ac = \log_3 5 \cdot \log_2 3 = \log_2 5 \Rightarrow \log_5 2 = \frac{1}{3ac}$$

$$\log_6 35 = \log_6 5 + \log_6 7 = \frac{1}{\log_5 6} + \frac{1}{\log_7 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} + \frac{1}{\log_7 3 + \log_7 2}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{3ac} + \frac{1}{3a}} + \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{1}{bc}} = \frac{(3a+b)c}{c+1}$$

Câu 4. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3 a = x$, $\log_3 b = y$. Tính $P = \log_3 (3a^4b^5)$.

A. $P = 3x^4y^5$

B. $P = 3 + x^4 + y^5$

C. $P = 60xy$

D. $P = 1 + 4x + 5y$

HD:

Chọn D

$$P = \log_3(3a^4b^5) = \log_3 3 + \log_3 a^4 + \log_3 b^5 = 1 + 4\log_3 a + 5\log_3 b = 1 + 4x + 5y.$$

Câu 5. Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.

B. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$.

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$.

HD:

Chọn C

$$\begin{aligned} \log_6 45 &= \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 3^2 \cdot 5}{\log_3 2 \cdot 3} = \frac{\log_3 3^2 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 3} \\ &= \frac{2 + \frac{1}{\log_5 3}}{\frac{1}{\log_2 3} + 1} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{\left(\frac{2b+1}{b}\right)}{\left(\frac{a+1}{a}\right)} = \frac{(2b+1)a}{b(a+1)} = \frac{a + 2ab}{b + ab} \end{aligned}$$

Câu 6. Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$. Biểu diễn đúng của $\log_{20} 12$ theo a , b là

A. $\frac{ab+1}{b-2}$.

B. $\frac{a+b}{b+2}$.

C. $\frac{a+1}{b-2}$.

D. $\frac{a+2}{ab+2}$.

HD:

$$\text{Ta có } \log_{20} 12 = \log_{20} 3 + 2\log_{20} 2 = \frac{1}{2\log_3 2 + \log_3 5} + \frac{2}{\log_2 5 + 2} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{a} + b} + \frac{2}{ab + 2} = \frac{a+2}{ab+2}.$$

Câu 7. Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$, khi đó $\log_{15} 8$ bằng

A. $\frac{a+b}{3}$

B. $\frac{1}{3(a+b)}$

C. $3(a+b)$

D. $\frac{3}{a+b}$

HD:

Chọn D

$$\log_{15} 8 = 3\log_{15} 2 = \frac{3}{\log_2 15} = \frac{3}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{3}{a+b}$$

Câu 8. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11}\right)$ theo a , b , c .

A. $P = 2a + b - c$.

B. $P = a + 2b - c$.

C. $P = 2a + b + c$.

D. $P = 2a - b + c$.

HD:

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \log_3 \left(\frac{90}{11}\right) = \log_3 \left(\frac{180}{22}\right) = \log_3 180 - \log_3 22 = \log_3 (36 \cdot 5) - \log_3 22 = \log_3 36 + \log_3 5 - \log_3 22 \\ &= \log_3 (6^2) + \log_3 5 - \log_3 22 = 2\log_3 6 + \log_3 5 - \log_3 22 = a + 2b - c. \end{aligned}$$

Vậy $P = a + 2b - c$.

Câu 9. Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_{20} 12$ theo a, b .

A. $\log_{20} 12 = \frac{a+b}{b+2}$.

B. $\log_{20} 12 = \frac{ab+1}{b-2}$.

C. $\log_{20} 12 = \frac{a+1}{b-2}$.

D. $\log_{20} 12 = \frac{a+2}{ab+2}$.

HD:

Chọn D.

Ta có $\log_{20} 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 20} = \frac{\log_2 4.3}{\log_2 4.5} = \frac{2 + \log_2 3}{2 + \log_2 5} = \frac{2 + \log_2 3}{2 + \log_2 3 \cdot \log_3 5} = \frac{a+2}{ab+2}$.

Câu 10. Cho $a = \log_2 m$, $A = \log_m 16m$, $0 < m \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A = \frac{4-a}{a}$

B. $A = \frac{4+a}{a}$

C. $A = (4+a)a$

D. $A = (4-a)a$

HD:

Ta có $A = \log_m 16m = \frac{\log_2 16m}{\log_2 m} = \frac{\log_2 16 + \log_2 m}{\log_2 m} = \frac{4+a}{a}$.

Câu 11. Nếu $\log_3 5 = a$ thì $\log_{45} 75$ bằng

A. $\frac{2+a}{1+2a}$.

B. $\frac{1+a}{2+a}$.

C. $\frac{1+2a}{2+a}$.

D. $\frac{1+2a}{1+a}$.

HD:

Chọn C.

Ta có $\log_{45} 75 = 2 \cdot \log_{45} 5 + \log_{45} 3$.

Và $\log_{45} 5 = \frac{1}{\log_5 45} = \frac{1}{2 \log_5 3 + 1} = \frac{1}{\frac{2}{a} + 1} = \frac{a}{a+2}$; $\log_{45} 3 = \frac{1}{\log_3 45} = \frac{1}{2 + \log_3 5} = \frac{1}{a+2}$.

Do đó $\log_{45} 75 = \frac{2a}{a+2} + \frac{1}{a+2} = \frac{1+2a}{2+a}$.

Câu 12. Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$

B. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$

C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$

HD:

Chọn A

$\log_6 45 = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2 \log_2 3 + \log_2 3 \cdot \log_3 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1+a} = \frac{2ab+a}{ab+b}$