

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

Câu 10. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = x^2 - 3x + \frac{4}{x} + 2022$ với $x > 0$

HD:

$$A = x^2 - 3x + \frac{4}{x} + 2022 = (x - 2)^2 + (x + \frac{4}{x}) + 2018$$

Do $x > 0$, áp dụng BĐT Cô-Si cho 2 số dương x và $\frac{4}{x}$

ta có: $x + \frac{4}{x} \geq 4$, lại có $(x - 2)^2 \geq 0 \Rightarrow A \geq 2022$ với $x > 0$

Dấu « = » xảy ra $\Leftrightarrow x = 2$ (TMDK)

Vậy GTNN của A là 2022 khi $x = 2$

Câu 11. Cho x, y dương và $(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{y} + 1) \geq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{x^3 + y^3}{xy}$

HD:

- Từ điều kiện $(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{y} + 1) \geq 4$ đánh giá được $x + y \geq 2$.

Do đó đánh giá được $M = \frac{x^3 + y^3}{xy} \geq x + y \geq 2$.

- Chỉ ra được dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$.

Câu 12. Cho các số thực $x, y > 0$ thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x + y - 2022\sqrt{xy}$$

HD:

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương \sqrt{x}, \sqrt{y} ta có

$$2 = \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}} = 2\sqrt{\sqrt{xy}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{xy} \leq 1 \Rightarrow -2022\sqrt{xy} \geq -2022 \quad (1)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương x, y

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$\Rightarrow 2x + 2y \geq x + y + 2\sqrt{xy} = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = 2^2 = 4$$

$$\Rightarrow x + y \geq 2 \quad (2)$$

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta có

$$P = x + y - 2022\sqrt{xy} \geq 2 - 2022 = -2020.$$

Câu 13. Giải phương trình $(\sqrt{x-1}+1)^3 + 2\sqrt{x-1} = 2-x$

HD:

$$(\sqrt{x-1}+1)^3 + 2\sqrt{x-1} = 2-x \quad (\text{ĐK : } x \geq 1)$$

$$(\sqrt{x-1}+1)^3 + 2\sqrt{x-1} = 2-x$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x-1}+1)^3 + (x-1 + 2\sqrt{x-1} + 1) - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x-1}+1)^3 + (\sqrt{x-1} + 1)^2 - 2 = 0$$

Đặt $y = \sqrt{x-1} + 1$ (Với $y \geq 0$)

$$\text{Pt là } y^3 + y^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y-1)(y^2 + 2y + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow y - 1 = 0 \quad (\text{Vì } y^2 + 2y + 2 > 0 \text{ với mọi } y)$$

$$\Leftrightarrow y = 1 \quad (\text{T/m đk})$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \quad (\text{T/m đk})$$

Vậy $x = 1$

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$.