

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 10. Tìm tất cả các số x, y nguyên dương, p nguyên tố thỏa mãn: $x^2 - 3xy + p^2y^2 = 12p$.

HD:

$$\text{Ta có } x^2 - 3xy + p^2y^2 = 12p \Rightarrow x^2 + p^2y^2 = 3xy + 12p : 3$$

Ta có số chính phương chia 3 dư 0,1

$$\Rightarrow x : 3; py : 3$$

$$\Rightarrow x^2 + (py)^2 : 9 \Rightarrow 3xy + 12p : 9$$

mà $x : 3 \Rightarrow p : 3 \Rightarrow p = 3$ (do p nguyên tố)

Thay $p = 3$ vào phương trình $x^2 - 3xy + p^2y^2 = 12p$ ta có

$$x^2 - 3xy + 9y^2 = 36$$

$$\Leftrightarrow (2x - 3y)^2 + 27y^2 = 144$$

$$\Rightarrow 27y^2 \leq 144 \Rightarrow y^2 \leq 5 \text{ mà } y^2 \text{ là chính phương và } y \text{ nguyên dương } y^2 \in \{1; 4\}$$

Nếu $y^2 = 1 \Rightarrow (2x - 3y)^2 = 117$ (loại vì 117 không chính phương)

Nếu $y^2 = 4 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow (2x - 6)^2 = 36 \Rightarrow x = 6$ vì x, y nguyên dương.

Vậy $x = 6; y = 2; p = 3$

Bài tập về nhà

Câu 3. Tìm số tự nhiên n để $5^{2n^2-6n+2} - 12$ là số nguyên tố

HD:

Tìm số tự nhiên n để $5^{2n^2-6n+2} - 12$ là số nguyên tố

$$\text{Đặt } A = 5^{2n^2-6n+2} - 12. \text{ Ta có : } 5^{2n^2-6n+2} - 12 = 5^2 \cdot 5^{2n(n-3)} - 12$$

$$\text{Th1: } \begin{cases} n=0 \\ n=3 \end{cases} \Rightarrow A = 5^2 - 12 = 13 \text{ là số nguyên tố nên } n = 0; 3 \text{ là giá trị cần tìm}$$

$$\text{Th2: } n(n-3) > 0; n \in \mathbb{N}, n > 3, n \in \mathbb{N}$$

$$\text{Ta có } A = 5^{2n^2-6n+2} - 12 = 25^{n^2-3n+1} - 12 = (26-1)^{n^2-3n+1} - 12 = 26B + (-1)^{n^2-3n+1} - 12$$

Nếu n lẻ thì $n^2 - 3n + 1$ lẻ nên $(-1)^{n^2-3n+1} = -1$

Nếu n chẵn thì $n^2 - 3n + 1$ là nên $(-1)^{n-3n+1} = -1$

$\Rightarrow A = 26B - 1 - 12 = 2.13B - 13 = 13(2B - 1) : 13$ mà $2B - 1 > 0 \forall n > 3, n \in \mathbb{N}$ nên A

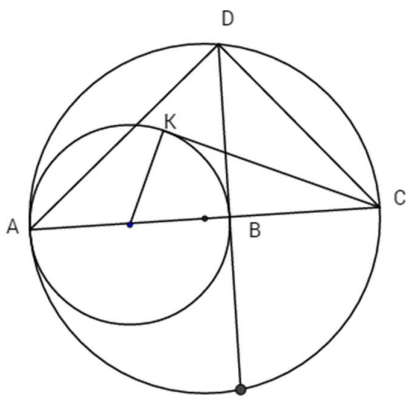
là hợp số

Vậy $\begin{cases} n=0 \\ n=3 \end{cases}$ thì $5^{2n-6n+2} - 12$ là số nguyên tố

HÌNH HỌC

Câu 7. Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng. Vẽ các đường tròn đường kính AB, AC . Gọi D là giao điểm của đường tròn đường kính AC với đường vuông góc với AC tại B . Từ C kẻ tiếp tuyến CK với đường tròn đường kính AB . Chứng minh $CD = CK$.

HD:



Áp dụng hệ thức :

$$CK^2 = CB \cdot CA(1)$$

Tam giác ADC vuông tại D , có $BD \perp AC$.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có :

$$CD^2 = CB \cdot CA(2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $CD = CK$.